



Ana Carolina Perez Domingues

Licenciada em Matemática Aplicada à Economia e Gestão

**Parâmetros específicos de uma Seguradora
Não-Vida:
Impacto da volatilidade do Risco de Prémios e
Provisões no requisito de capital de Solvência**

Relatório de Estágio para obtenção do Grau de Mestre em
Matemática e Aplicações
Ramo de Atuariado, Estatística e Investigação Operacional

Orientadora: Lourdes Belchior Afonso,
Prof^a. Auxiliar, Universidade Nova de Lisboa
Co-orientadora: Carla Sá Pereira,
Senior Manager, Ernst & Young



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro, 2017

**Parâmetros específicos de uma Seguradora Não-Vida:
Impacto da volatilidade do Risco de Prémios e Provisões no requisito de capital de Solvência**

Copyright © Ana Carolina Perez Domingues, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade NOVA de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Uma ação de cada vez, uma ação atrás de outra...

Uma ação até ao fim.

AGRADECIMENTOS

Um especial agradecimento à minha orientadora Prof.^a Lourdes Belchior Afonso por todo o apoio, incentivo e orientação ao longo da realização deste trabalho. Agradecer, ainda, pela partilha de conhecimentos e companhia nesta constante aprendizagem do Solvência II.

Um agradecimento à minha coorientadora Dr.^a Carla Sá Pereira e à Vanessa Serrão não só pela oportunidade de estágio curricular no departamento de FSO Advisory Risk & Actuarial Services na Ernst & Young, mas também pelo apoio demonstrado.

Agradeço igualmente à restante equipa por todo o apoio, partilha de conhecimentos e ensinamentos e, a todos os membros da Ernst & Young, que tive o prazer de conhecer e partilhar os meus dias de estágio, por todo o apoio e simpatia.

Fundamentais para o que sou hoje, aos meu pais, avós e restante família por todo o apoio e por acreditarem sempre em mim.

Não posso deixar de agradecer também a todos os meus amigos por estarem comigo nas alegrias e tristezas e pela compreensão das minhas ausências.

Agradeço igualmente aos meus colegas de Mestrado, sobretudo à Marta Silva, por todo o entusiasmo conjunto na procura de novos conhecimentos, pelo seu companheirismo e amizade.

Por último, um agradecimento especial ao Tiago Duarte pelo apoio, encorajamento e compreensão incondicionais ao longo dos últimos anos.

RESUMO

Com a introdução do regime de Solvência II, as seguradoras e resseguradoras devem realizar uma auto-avaliação do risco e da Solvência como parte do seu sistema de gestão dos riscos. Desta forma, pretende-se identificar desvios entre o seu perfil de risco e os pressupostos subjacentes ao cálculo do Requisito de Capital de Solvência (SCR) prevenindo-se dos riscos que se encontram expostas e protegendo os seus segurados.

O SCR pode ser calculado por várias abordagens, distintas pelo seu grau de complexidade, tendo em conta a natureza, dimensão e complexidade dos riscos: fórmula padrão considerando simplificações, fórmula padrão, fórmula padrão com Parâmetros Específicos da Empresa (PEE), modelo interno parcial e modelo interno total.

Os parâmetros específicos da empresa podem ser aplicados apenas no risco de Revisão nos módulos Vida e Acidentes e Doença (STV) e no risco de Prémios e Provisões nos módulos Não-Vida e Acidentes e Doença (NSTV) sendo que, neste trabalho, apenas será abordado o risco de Prémios e de Provisões de seguros Não-Vida.

Por conseguinte, pretende-se recalibrar os parâmetros específicos de uma Seguradora Não-Vida, a substituir na fórmula padrão, de forma a calcular o SCR do risco de Prémios e de Provisões para as linhas de negócio Incêndio e Outros Danos e Responsabilidade Civil.

Para tal, serão considerados os métodos de cálculo estabelecidos no Regulamento Delegado (UE) 2015/35, validando e especificando os seus pressupostos e as metodologias de cálculo dos parâmetros específicos da empresa.

Os resultados obtidos para a seguradora específica serão posteriormente comparados com os parâmetros do mercado europeu, fornecidos pela EIOPA.

Palavras-chave: Solvência II, Fórmula padrão, Parâmetros Específicos da empresa, PEE, USP, Risco de Prémios, Risco de Provisões

ABSTRACT

Under Solvency II regime, insurers and reinsurers should conduct a own risk and solvency assessment as part of their risk management system. In this way, it is intended to identify deviations between its risk profile and the assumptions underlying the calculation of the Solvency Capital Requirement (SCR), avoiding the risks that are exposed and protecting its policyholders.

The SCR can be calculated from a number of approaches, different in complexity, taking into account the risks' nature, size and complexity: standard formula with simplifications, standard formula, standard formula with undertaking specific parameters (USP), partial internal model and total internal model.

The undertaking specific parameters may be replaced for Life and Health revision risk sub-module and for Non-similar to life techniques (NSLT) health and Non-Life premium and reserve risk sub-module.

The aim is estimate the specific parameters of a Non-Life Insurer, to be replaced in the standard formula, in order to calculate the SCR of the Premium and Reserve risks for the lines of business Fire and Other Damage and Civil Liability.

To this end, the calculation methods set out in the Delegated Regulation (EU) 2015/35 will be considered, validating and specifying its assumptions and methodologies for calculating undertaking specific parameters.

The results obtained for the specific insurer will be subsequently compared with the European market parameters provided by EIOPA.

Keywords: Solvency II, Standard Formula, Undertaking Specific Parameters, PEE, USP, Premium Risk, Reserve Risk

ÍNDICE

Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xix
Siglas	xxi
1 Introdução	1
2 Regime de Solvência II	5
2.1 Pilar I	5
2.2 Pilar II	8
2.3 Pilar III	9
3 Módulo de risco específico de seguros Não-Vida	11
3.1 Submódulo de risco de Prémios e Provisões	12
3.2 Fórmula padrão com parâmetros padrão	15
4 Parâmetros específicos da empresa - PEE	17
4.1 Métodos padrão para o cálculo dos PEE do Risco de Prémios e Provisões .	20
4.1.1 Método 1: Risco de Prémios e Provisões	20
4.1.2 Método 2: Risco de Provisões	26
5 Aplicação Prática	31
6 Conclusão	51
Bibliografia	53
I Anexos	55

LISTA DE FIGURAS

2.1	Pilar I: Balanço financeiro sob Solvência II (Adaptação de EIOPA(2015) [11])	6
2.2	Distribuição das Perdas Totais e medidas de risco VaR e $TVaR$ com nível de confiança de 99,5% (Adaptação de Cherchiara e Magatti(2014) [15])	7
4.1	Fases de desenvolvimento dos PEE (ou USP): Da preparação à aprovação (Adaptação de Ehrlich, Schwindt, Kuschel(2012) [6])	18
4.2	Submódulos possíveis a aplicar os PEE (ou USP)	18
4.3	Comparação dos parâmetros padrão e PEE (ou USP) para o Risco de Prêmios (Adaptação de Ehrlich, Schwindt, Kuschel(2012) [6])	19
4.4	Comparação dos parâmetros padrão e PEE (ou USP) para o Risco de Provisões (Adaptação de Ehrlich, Schwindt, Kuschel(2012) [6])	19
4.5	Tabela resumo dos parâmetros específicos da empresa (PEE ou USP) e respetivos métodos de cálculo padronizados	29
5.1	Valores observados e regressões lineares ajustadas com e sem <i>intercept</i> para Responsabilidade Civil	32
5.2	Valores observados e regressões lineares ajustadas com e sem <i>intercept</i> para Incêndio e Outros Danos	32
5.3	Valores observados e regressões ajustadas com e sem <i>intercept</i> para Responsabilidade Civil	32
5.4	Valores observados e regressões ajustadas com e sem <i>intercept</i> para Incêndio e Outros Danos	32
5.5	Histograma de $\ln(Y)$ para Responsabilidade Civil	33
5.6	Histograma de $\ln(Y)$ para Incêndio e Outros Danos	33
5.7	Normal QQ-Plot de $\ln(Y)$ para Responsabilidade Civil	33
5.8	Normal QQ-Plot de $\ln(Y)$ para Incêndio e Outros Danos	33
5.9	Comportamento de $\sigma(\delta, \gamma)$	35
5.10	Volatilidade do risco de Prémio para cada LoB segundo a fórmula padrão e PEE(Método 1)	36
5.11	Valores observados e regressões lineares ajustadas com e sem <i>intercept</i> para Responsabilidade Civil	37
5.12	Valores observados e regressões lineares ajustadas com e sem <i>intercept</i> para Incêndio e Outros Danos	37

5.13	Valores observados e regressões ajustadas com e sem <i>intercept</i> para Responsabilidade Civil	37
5.14	Valores observados e regressões ajustadas com e sem <i>intercept</i> para Incêndio e Outros Danos	37
5.15	Histograma de $\ln(Y)$ para Responsabilidade Civil	38
5.16	Histograma de $\ln(Y)$ para Incêndio e Outros Danos	38
5.17	Normal QQ-Plot de $\ln(Y)$ para Responsabilidade Civil	38
5.18	Normal QQ-Plot de $\ln(Y)$ para Incêndio e Outros Danos	38
5.19	Resíduos vs anos de exercício para Responsabilidade Civil	40
5.20	Resíduos vs anos de exercício para Incêndio e Outros Danos	40
5.21	Resíduos vs anos de ocorrência e anos de desenvolvimento para Responsabilidade Civil	40
5.22	Resíduos vs anos de ocorrência e anos de desenvolvimento para Incêndio e Outros Danos	40
5.23	Autocorrelação dos resíduos para Responsabilidade Civil	41
5.24	Autocorrelação dos resíduos para Incêndio e Outros Danos	41
5.25	Regressão dos montantes pagos acumulados para Responsabilidade Civil	42
5.26	Regressão dos montantes pagos acumulados para Incêndio e Outros Danos	42
5.27	Resíduos ponderados para Responsabilidade Civil	43
5.28	Resíduos ponderados para Incêndio e Outros Danos	43
5.29	Volatilidade do risco de Provisões para cada LoB segundo a fórmula padrão e PEE	44
5.30	Requisito de Capital de Solvência, Desvio-padrão combinado e Medida de volume do Risco de Prémios e Provisões pela Fórmula padrão com parâmetros padrão (SF) e com parâmetros específicos (PEE) para Prémios e/ou Provisões segundo o M1 e M2	45
5.31	Tabela resumo dos desvios-padrão para o risco de Prémios e Provisões de seguros Não-Vida pela fórmula-padrão e PEE	46
5.32	Requisito de Capital de Solvência para o risco de Prémios e Provisões de seguros Não-Vida pela fórmula-padrão e PEE	46
5.33	Valores observados e regressões lineares ajudadas com e sem <i>intercept</i> para Automóvel - Responsabilidade Civil	47
5.34	Valores observados e regressões ajustadas com e sem <i>intercept</i> para Automóvel - Responsabilidade Civil	48
5.35	Histograma de $\ln(Y)$ para Automóvel - Responsabilidade Civil	48
5.36	<i>p-values</i> dos Testes à normalidade a $\ln(Y)$ para Automóvel - Responsabilidade Civil	48
5.37	Volatilidade do risco de Provisões para Automóvel - Responsabilidade Civil, sem e com ajustamento, segundo a fórmula padrão e PEE	49

I.1	Estrutura modular do Requisito de Capital de Solvência (Adaptado de EI-OPA(2014) [10])	55
I.2	Matriz de correlação entre os módulos de risco do BSCR, $Corr_{i,j}$ (Adaptado do Anexo IV da Diretiva SII)	56
I.3	Matriz de correlação, $Corr_{NL,i,j}$ (Adaptado segundo o artigo 114º do RD) . .	56
I.4	Desvios-padrão para o submódulo do risco de prémios e provisões de seguros Não-Vida (Adaptado ao Anexo II do RD)	56
I.5	Matriz de correlação do risco de prémio e de provisões, $Corr_{NL,prem,res,LoB}$ (Adaptado ao Anexo IV do RD)	57
I.6	Fator de Credibilidade aplicado nos PEE (Adaptado à Secção G do Anexo XVII do RD)	57
I.7	Perdas agregadas	59
I.8	Pagamentos efetuados durante o ano de exercício relativamente a sinistros pendentes no início desse ano + Melhor estimativa da provisão para sinistros no final do ano de exercício para os sinistros pendentes no início desse ano .	60
I.9	Melhor estimativa da provisão para sinistros no início do ano de exercício . .	60

LISTA DE TABELAS

5.1	p -values dos Testes à normalidade a $\ln(Y)$ para as LoB Responsabilidade Civil e Incêndio e Outros Danos	33
5.2	$\hat{\pi}_t(\delta, \hat{\gamma})$ para valores de $\delta \in [0, 1]$	34
5.3	$\hat{\sigma}(\delta, \hat{\gamma})$ e PEE para valores de $\delta \in [0, 1]$	35
5.4	p -values dos Testes à normalidade a $\ln(Y)$ para as LoB Responsabilidade Civil e Incêndio e Outros Danos	38
5.5	$\hat{\sigma}(\delta, \hat{\gamma})$ e PEE para valores de $\delta \in [0, 1]$	39
5.6	$Inputs$ do Risco de Provisões, por ano t , $t = 1, \dots, 9$, para a LoB Automóvel - Responsabilidade Civil	47
I.1	$Inputs$ do Risco de Prémios, por ano t , $t = 1, \dots, 10$, para as LoB Responsabilidade Civil e Incêndio e Outros Danos	59
I.2	$Inputs$ do Risco de Provisões, por ano t , $t = 1, \dots, 5$, para as LoB Responsabilidade Civil e Incêndio e Outros Danos	60
I.3	Matriz R^*	61
I.4	Conjunto a que pertence $\frac{\dot{C}_{i,j+1}}{C_{i,j}}$	61
I.5	Momentos da variáveis Z_j e Z	62
I.6	Fatores de Desenvolvimento individuais $\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$	63
I.7	Matriz R	63
I.8	Matriz S	63
I.9	Coefficiente de Correlação de Spearman	64

SIGLAS

ASF	Autoridade de Supervisão de Seguros e Fundos de Pensões.
BE	Melhor Estimativa.
CoC	Cost-of-Capital.
EIOPA	Autoridade Europeia para Seguros e Pensões Ocupacionais.
FLAOR	Forward-looking Assessment of Own Risk.
LoB	Linha de Negócio.
MCR	Requisito de Capital Mínimo.
NSTV	Não Semelhante a Técnicas de Vida.
ORSA	Autoavaliação do Risco e da Solvência.
PEE	Parâmetros Específicos da Empresa.
QIS	Estudo de Impacto Quantitativo.
RM	Margem de Risco.
RSR	Relatório Periódico de Supervisão.
SCR	Requisito de Capital de Solvência.
SFCR	Relatório sobre Solvência e Situação Financeira.

TVaR Tail Value at Risk.

USP Undertaking Specific Parameters.

VaR Value at Risk.

INTRODUÇÃO

Este relatório é o resultado de quatro meses de estágio no Departamento de FSO Advisory Risk & Actuarial Services na Ernst & Young. Esta experiência permitiu aprofundar os conhecimentos introduzidos no Mestrado de Matemática e Aplicações, ramo de Atuariado, Estatística e Investigação Operacional, e desenvolver na prática os conceitos teóricos do Solvência II.

O Solvência II é um novo regime que visa uma regulamentação prudente no sector segurador Europeu no que respeita aos novos requisitos de capital sendo fundamental, para o cálculo dos mesmos, considerar todos os riscos a que as seguradoras se encontram expostas: não só aqueles que estão diretamente relacionados com esta, mas também os riscos comuns a outros sectores ou instituições financeiras tais como o Risco de Crédito, Risco de Mercado e Risco Operacional.

Portanto, cada (re)seguradora deverá decidir qual das abordagens, distintas pela sua complexidade, irá utilizar no cálculo do SCR tendo em conta a natureza, dimensão e complexidade dos riscos inerentes da empresa: a fórmula padrão considerando simplificações, a fórmula padrão, a fórmula padrão com parâmetros específicos (PEE), o modelo interno parcial ou o modelo interno total.

O modelo interno permite à (re)seguradora uma modelação parcial ou total dos seus riscos sendo o que melhor reflete o seu perfil de risco. Todavia, a complexidade no seu processo requer maiores custos de desenvolvimento e, numa fase posterior, de implementação dos requisitos dos Pilares II e III. Contrariamente, a fórmula padrão é a metodologia mais simplista tendo sido ajustada segundo o mercado segurador europeu.

Por conseguinte, em situações em que a fórmula padrão não reflita o perfil de risco da empresa individual e, caso não se pretenda implementar um modelo interno devido às suas condições, as (re)seguradoras, mediante autorização prévia da autoridade de supervisão, poderão substituir um conjunto de parâmetros da fórmula padrão por parâmetros

específicos da empresa (PEE) tendo em conta a sua informação interna permitindo, assim, refletir mais adequadamente o perfil da empresa do que pela fórmula padrão.

Introdução aos Parâmetros específicos da empresa (PEE)

Durante o processo de implementação do Solvência II foram efetuados vários testes e Estudos de Impacto Quantitativo e publicadas várias Orientações e alterações à legislação sobre este novo regime.

Relativamente aos Parâmetros específicos da empresa (PEE), a primeira referência remete a 2010, com a publicação das *Technical specifications of the Quantitative Impact Studies 5*, EIOPA(2010) [7], onde se estabelecia seis métodos de cálculo: três para o risco de Prémios e três para o risco de Provisões.

Em 2011, *Joint Working Group (JWG)* testou os vários métodos de calibração dos fatores de risco de Prémios e Provisões para seguros Não-Vida e Acidentes e Doença Não Semelhante a Técnicas de Vida (NSTV), EIOPA(2011) [8].

Em Março de 2015, foi publicado o Regulamento de Execução (UE) 2015/498 [16] que estabelece normas técnicas de execução no que se refere ao procedimento de aprovação pela autoridade de supervisão da utilização de parâmetros específicos da empresa.

Pouco depois, em Outubro 2015, com a publicação do Regulamento Delegado (UE) 2015/35 [17], implementou-se uma nova abordagem aos métodos introduzidos por JWG. Desta forma, os seis métodos são resumidos em três, sendo apresentados no Anexo XVII do mesmo: método 1 para o risco de Prémios, método 1 para o risco de Provisões e método 2 para o risco de Provisões. No presente estudo serão considerados os métodos estabelecidos no Regulamento Delegado (UE) 2015/35.

A base teórica do método 1 desse Regulamento advém de um dos quatro métodos testados por JWG na secção dos modelos Lognormais com *Second Variance Parametrisation*. Ao método de JWG é aplicada uma reparametrização à função estimada e a informação histórica do mercado europeu utilizada dá lugar à da seguradora específica. Quanto ao método 2, a sua base remete para o estudo das Provisões nomeadamente o modelo de Merz-Wüthrich(2008) [14], também conhecido como modelo estocástico de Chain Ladder desenvolvido por Mack(1993) [21].

Continuando o estudo desenvolvido por De Felice e Mariconi(2016) [12] que apresenta uma abordagem teórica dos métodos padrão do Regulamento Delegado (UE) 2015/35 e pressupostos dos PEE para o mercado segurador italiano e, o estudo de Cerchiara e Demarco(2016) [18] que complementa o anterior com estudos de caso para o mercado italiano, o presente trabalho apresentará igualmente os conceitos teóricos dos métodos padrão estabelecidos pelo Regulamento Delegado (UE) 2015/35 e os seus pressupostos considerando os dados de uma seguradora nacional do ramo Não-Vida que se manterá anónima devido à necessidade de manter os dados reservados.

Este estudo está estruturado da seguinte forma:

- No Capítulo 2 será apresentada uma contextualização do regime de Solvência II focando os tópicos essenciais dos seus três Pilares base;
- Sendo o Pilar I o foco do presente trabalho, será abordado, no Capítulo 3, o cálculo do SCR do módulo específico de seguros Não-Vida e para o seu submódulo do risco de Prémios e Provisões;
- No Capítulo 4, será introduzido o conceito teórico dos Parâmetros Específicos da Empresa (PEE), também denominados por Undertaking Specific Parameters (USP), o ponto fulcral do estudo;
- Por último, no Capítulo 5, será abordada a aplicação prática dos Parâmetros Específicos do risco de Prémios e Provisões numa Seguradora Não-Vida, para as Linha de Negócio (LoB) Incêndio e Outros Danos e Responsabilidade Civil Geral;

O presente estudo permite conhecer uma forma alternativa ao cálculo do SCR com menor custo de implementação do que o modelo parcial ou total da empresa e que, embora se revele de menor complexidade face aos anteriores, é igualmente mais adequado ao perfil de risco da empresa de seguros ou resseguros do que através da fórmula padrão, definida pela Autoridade Europeia para Seguros e Pensões Ocupacionais (EIOPA).

REGIME DE SOLVÊNCIA II

Tendo em conta o contexto atual dos mercados financeiros, surgiu a necessidade de uma reformulação global do sistema até então em vigor - o Solvência I.

Desta forma, a 1 de Janeiro de 2016, após várias tentativas, foi aplicado um novo sistema que veio reformular o enquadramento legal europeu aplicável ao setor segurador - o Solvência II - designado doravante por SII. As suas bases encontram-se na Diretiva n.º 2009/138/CE [4], na Lei 147/2015 [13], no Regulamento de Execução (UE) 2015/498 [16] e no Regulamento Delegado (UE) 2015/35 [17]. A Diretiva n.º 2009/138/CE [4] e Regulamento Delegado (UE) 2015/35 [17] serão denominados a diante por Diretiva SII e RD, respetivamente. Adicionalmente, a EIOPA tem vindo a publicar várias Orientações que contêm um conjunto de instruções detalhadas sobre os procedimentos a desenvolver.

Como principais objetivos do SII destacam-se, segundo a Autoridade de Supervisão de Seguros e Fundos de Pensões (ASF), a avaliação dos elementos do ativo e do passivo de uma forma consistente e baseada em princípios económicos, o maior alinhamento dos requisitos de capital com os riscos efetivamente assumidos pelas empresas de (re)seguros e a promoção de uma cultura de gestão e de supervisão baseada nos riscos, visando a proteção dos tomadores de seguros, segurados e beneficiários, ASF(2017) [1].

De forma a assegurar que as empresas de seguros estabeleçam uma estrutura baseada no risco, a EIOPA definiu três pilares fundamentais para o cumprimento dos requisitos do SII, enunciados seguidamente.

2.1 Pilar I

O Pilar I compreende os *requisitos quantitativos*: avaliação dos ativos e passivos e cálculo das provisões técnicas, dos requisitos de capital e dos fundos próprios necessários

para cobri-los.

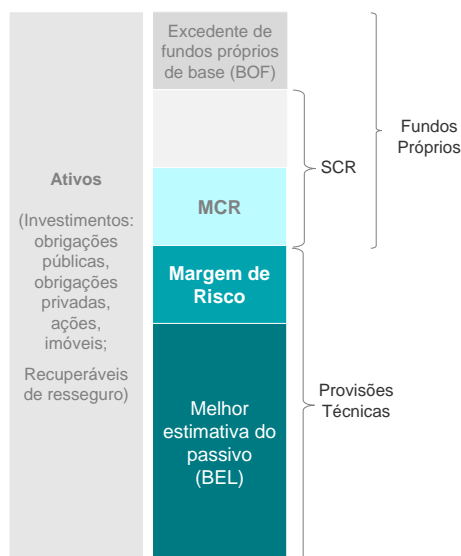


Figura 2.1: Pilar I: Balanço financeiro sob Solvência II (Adaptação de EIOPA(2015) [11])

Do balanço financeiro do SII tem-se, no lado dos Ativos, tudo o que a empresa possui e que é suscetível de ser avaliado em dinheiro e, no lado dos Passivos, as responsabilidades e compromissos.

Provisões Técnicas

Desta forma, o cálculo das provisões técnicas é essencial para assegurar a existência de um montante que garanta o cumprimento das responsabilidades da (re)seguradora. As provisões técnicas tendo em conta o SII são definidas como a soma da Melhor Estimativa (BE) e a Margem de Risco (RM). Segundo a Diretiva SII, a primeira componente corresponde ao valor esperado dos fluxos de caixa futuros utilizando a estrutura temporal das taxas de juro sem risco pertinente, publicadas mensalmente pela EIOPA.

$$Melhor\ Estimativa = E \left(\sum_t \frac{Cash\ Flow_t}{(1 + r_t)^t} \right) \quad (2.1)$$

Quanto à margem de risco, esta deve ser tal que assegure que o valor das provisões técnicas seja equivalente ao montante que as empresas de (re)seguros deveriam normalmente exigir para assumir e cumprir as obrigações de (re)seguro. Deve ser calculado utilizando a taxa Cost-of-Capital (CoC) de 6%, descontado utilizando a estrutura temporal das taxas de juro sem risco pertinente fornecida pela EIOPA e, tendo em conta a diversificação da carteira global.

$$\text{Margem de Risco} = \text{CoC} \sum_{t \geq 0} \frac{\text{SCR}_t}{(1 + r_{t+1})^{t+1}} \quad (2.2)$$

Requisitos de Capital

O Requisito de Capital Mínimo (MCR) garante um nível mínimo de fundos próprios de base elegíveis, calculado com base num nível de confiança de 85%, abaixo do qual se considera que a proteção dos credores específicos de seguros é insuficiente. Adicionalmente, o MCR deve compreender os 25% e 45% do Requisito de Capital de Solvência (SCR).

Segundo a Diretiva SII, o SCR é o ponto de partida, no que diz respeito à adequação dos requisitos quantitativos no sector segurador. Corresponde ao Value at Risk (VaR) dos fundos próprios de base da empresa de (re)seguros com um nível de confiança de 99,5%, durante um ano. Sendo a variável x definida pelas perdas tem-se que,

$$\text{VaR}_{\alpha=99,5\%}(X) = \inf_x \{P(X > x) \leq 1 - \alpha\}$$

Todavia, introduzida no Estudo de Impacto Quantitativo (QIS)2, a Tail Value at Risk (TVaR) é uma extensão do VaR que permite medir os riscos de perdas extremas através da modelação da cauda. No entanto, a utilização da TVaR é aconselhada nos casos em que se tem modelos de estimação da cauda disponíveis.

$$\text{TVaR}_{\alpha}(X) = E(X|X > \text{VaR}_{\alpha}(X))$$

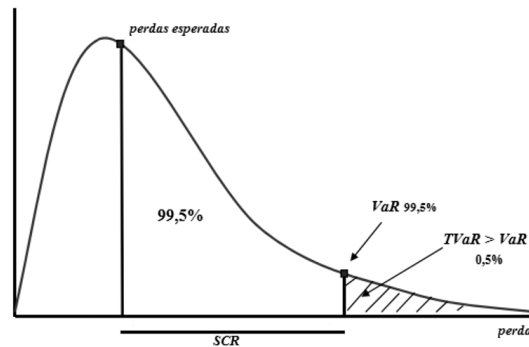


Figura 2.2: Distribuição das Perdas Totais e medidas de risco VaR e TVaR com nível de confiança de 99,5% (Adaptação de Cherchiar e Magatti(2014) [15])

O SCR deverá ser calculado com base no perfil de risco real da empresa, tendo em consideração o impacto das eventuais técnicas de mitigação¹ do risco, bem como os efeitos de diversificação, Diretiva 2009/138/CE [4].

¹As seguradoras tendem a utilizar técnicas de mitigação dos riscos como instrumento de redução dos requisitos de capitais. Informação detalhada na Secção 10 do RD

Segundo o ponto 3 do artigo 101º da Diretiva SII, o SCR é calibrado de modo a assegurar que sejam tidos em conta todos os riscos quantificáveis a que uma empresa de (re)seguros está exposta. Desta forma, deverá ser avaliada a exposição a cada módulo de risco, numa primeira fase e, seguidamente, ser efetuada a agregação dos mesmos tal como se pode verificar no Anexo I.1 deste trabalho.

Tal como já referido, o SCR deverá ser calculado segundo um método adequado tendo em conta a natureza, dimensão e complexidade dos riscos: a fórmula padrão considerando simplificações, a fórmula padrão, a fórmula padrão com parâmetros específicos da empresa (PEE) ou segundo o modelo interno parcial ou total da empresa de tal forma a refletir adequadamente o perfil de risco das (re)seguradoras.

Finalizando, através do rácio entre os fundos próprios elegíveis e o SCR obtém-se o Rácio de Solvência que, se for superior a 100%, indica que a (re)seguradora cumpre os requisitos de capital de solvência².

2.2 Pilar II

O Pilar II compreende os *requisitos qualitativos* dos quais destaca-se a implementação do sistema de governação que inclui os sistemas de gestão dos riscos e controlo interno, um processo de autoavaliação dos riscos pela própria empresa e um processo de revisão e supervisão com carácter preventivo.

Auto-avaliação do Risco e da Solvência

Com o intuito de promover uma cultura de gestão e de supervisão baseada nos riscos, o SII requer que as empresas de (re)seguros disponham de um sistema eficaz de gestão de riscos de forma a identificar, mensurar, monitorizar, gerir e comunicar os riscos, individual e globalmente, a que estão ou podem vir a estar expostas, e as respetivas interdependências, Diretiva 2009/138/CE [4].

Em sequência devem proceder, anualmente ou imediatamente após qualquer alteração significativa do seu perfil de risco, à Autoavaliação do Risco e da Solvência (ORSA) – inicialmente definida como Forward-looking Assessment of Own Risk (FLAOR) - a qual compreende, pelo menos: as necessidades de solvência globais, tendo em consideração o perfil de risco específico, os limites aprovados de tolerância face ao risco e a estratégia de negócio da empresa; o respeito, numa base contínua, dos requisitos de capital; e dos requisitos relativos às provisões técnicas, Diretiva 2009/138/CE [4].

Segundo o artigo 262º do RD, a avaliação das necessidades globais de solvência é prospetiva e inclui o conjunto dos seguintes elementos: riscos aos quais a empresa está ou pode vir a estar exposta tendo em conta as eventuais evoluções futuras no seu perfil de

²Sugere-se a consulta a Análise de Riscos do Setor Segurador e dos Fundos de Pensões, ASF(2017) [2] para uma leitura mais detalhada sobre a contextualização atual da Solvabilidade do mercado segurador nacional.

risco (devido à estratégia de negócio da empresa ou ao ambiente económico e financeiro, incluindo os riscos operacionais); a natureza e a qualidade dos elementos dos fundos próprios ou outros recursos adequados para cobrir os riscos; as bases de avaliação e de reconhecimento apropriadas para a atividade e o perfil de risco da empresa; os sistemas de controlo interno e de gestão de riscos da empresa e os limites de tolerância face ao risco aprovados.

Por outras palavras, através de uma gestão orientada para o risco, as (re)seguradoras devem decidir quais os riscos a assumir e como geri-los, bem como a forma de integrar a sua propensão ao risco no seu processo de decisão e negócio.

Uma vez que o perfil de risco da empresa pode divergir dos pressupostos em que se baseia o SCR, o seu cálculo pode ser de acordo as diferentes abordagens já mencionadas, de forma a promover uma gestão do risco das empresas de (re)seguros que reflita um perfil de risco mais realista.

2.3 Pilar III

O Pilar III refere-se à *transparência e disciplina de mercado*. Neste sentido, as empresas de seguros e resseguros devem submeter relatórios segundo formatos específicos estabelecidos pela entidade de supervisão: Relatório sobre Solvência e Situação Financeira (SFCR) e Relatório Periódico de Supervisão (RSR). Os primeiros são divulgados publicamente pelas empresas visando a transparência de mercado e os segundos, constituídos por informação mais detalhada sobre o cálculo atuarial, são submetidos à autoridade de supervisão com intuito de supervisão e disciplina de mercado.

Em suma, o SII é um processo de supervisão que visa reforçar o sector segurador em toda a Europa protegendo as seguradoras e beneficiários, promovendo uma cultura de gestão do risco, ajustando os requisitos de capital face ao perfil de risco da empresa de seguros, harmonizando o processo de reporte, aumentando a transparência e consistência da informação no processo de decisão, melhorando o processo de supervisão e aumentando a disciplina de mercado.

É um sistema essencial para assegurar a solidez e a segurança do setor segurador, permitindo-lhe fornecer produtos de seguros sustentáveis e apoiar a economia real através de incentivos a investimentos a longo prazo e de uma maior estabilidade, Diretiva 2013/58/UE [5].

MÓDULO DE RISCO ESPECÍFICO DE SEGUROS NÃO-VIDA

Segundo a Diretiva SII, o módulo de risco de seguros Não-Vida deve refletir o risco decorrente das obrigações de seguros Não-Vida, atendendo aos riscos cobertos e aos processos utilizados no exercício da atividade.

Desta forma, o SCR para o risco de seguros Não-Vida corresponde ao montante mínimo necessário para fazer face às responsabilidades relacionadas com os riscos de seguros Não-Vida.

Este encontra-se subdividido em três submódulos: Risco de Prémios e de Provisões, que considera a incerteza do risco de prémios e provisões; Risco Catastrófico, que considera a incerteza de eventos extremos ou excepcionais do risco de prémios e provisões; e Risco de Descontinuidade, introduzido pela primeira vez na versão preliminar das especificações técnicas do exercício QIS5, EIOPA(2010) [7], que considera a incerteza associada ao exercício de opções de renovações nos contratos de seguros Não-Vida.

Considerando os procedimentos estabelecidos no RD, o requisito de capital para o risco específico de seguros Não-Vida é calculado de acordo com a seguinte fórmula,

$$SCR_{NL} = \sqrt{\sum_{i,j} CorrNL_{i,j} SCR_i SCR_j} \quad (3.1)$$

onde o parâmetro de correlação do risco específico de seguros Não-Vida relativamente aos submódulos i e j , $CorrNL_{i,j}$, são estabelecidos na matriz de correlação apresentada no Anexo I.3 e, o SCR_i e o SCR_j correspondem aos requisitos de capital para os submódulos de risco i e j , respetivamente.

3.1 Submódulo de risco de Prémios e Provisões

Embora o Risco de Prémios e de Provisões constitua um único risco, este pode ser definido e avaliado considerando a separação entre duas componentes: o Risco de Prémios que advém da incerteza e volatilidade associada aos sinistros futuros e, o Risco de Provisões que advém da incerteza e volatilidade associada aos pagamentos por efetuar relativamente a sinistros ocorridos, reportados ou não, à data da avaliação.

O capital requerido para a combinação do risco de prémios e de provisões é tal que

$$SCR_{NL,prem,res} = 3\sigma_{NL,prem,res} V_{NL,prem,res} \quad (3.2)$$

onde,

- $V_{NL,prem,res}$ é a medida de volume relativa ao risco de Prémios e de Provisões de seguros Não-Vida;
- $\sigma_{NL,prem,res}$ é o desvio-padrão combinado para o risco de Prémios e Provisões de seguros Não-Vida.

No desenho original do SCR para o risco de subscrição de seguros Não-Vida, a distribuição Lognormal atuou predominantemente como um meio de modelar uma distribuição em forma de "sino enviesada". Tal fato implicou que a função de σ devesse ser um valor mais ou menos 3σ . Posto isto, foi decidido focar-se apenas neste fator alargando o pressuposto da distribuição Lognormal exata, EIOPA(2014) [10], dando origem à expressão do $SCR_{NL,prem,res}$.

O cálculo da medida de volume e do desvio-padrão combinado para uma carteira total de seguros Não-Vida é baseado nos seguintes passos:

Passo 1) Para cada LoB individual, determina-se o desvio-padrão, σ_{LoB} , e a medida de volume, V_{LoB} ;

Passo 2) O desvio-padrão e a medida de volume para o risco de Prémios e Provisões nas LoB individuais são posteriormente agregados de forma a se obter uma medida de volume da carteira global, $V_{NL,prem,res}$, e um desvio-padrão combinado, $\sigma_{NL,prem,res}$.

Passo 1) Medida de volume e desvio-padrão por *LoB*:

A medida de volume para o risco de Prémios por *LoB* é dada por ¹,

$$V_{prem,LoB} = \max[P_{LoB}, P_{last,LoB}] + FP_{existing,LoB} + FP_{future,LoB} \quad (3.3)$$

onde,

- P_{LoB} representa uma estimativa dos prémios a adquirir pela (re)seguradora na *LoB* durante os 12 meses seguintes;
- $P_{last,LoB}$ representa uma estimativa dos prémios a adquirir pela (re)seguradora na *LoB* nos últimos 12 meses;
- $FP_{existing,LoB}$ representa os prémios adquiridos pela (re)seguradora na *LoB* durante os últimos 12 meses;
- $FP_{future,LoB}$ representa o valor atual esperado dos prémios a adquirir pela (re)seguradora na *LoB* para contratos em que a data inicial de reconhecimento se situa nos 12 meses seguintes, mas excluindo os prémios a adquirir durante os 12 meses após a data inicial de reconhecimento.

Segundo o ponto 5 do artigo 116º do RD, os prémios deverão ser líquidos, após a dedução dos prémios dos contratos de resseguro. No entanto, não devem ser deduzidos: (a) os prémios em relação a eventos não previstos nos contratos de seguro ou créditos de seguros liquidados que não são contabilizados nos fluxos de caixa; (b) os prémios dos contratos de resseguro que não têm conhecimento das técnicas de mitigação de risco.

A medida de volume para o risco de Provisões por *LoB* é dada por,

$$V_{res,LoB} = BE_{LoB} \quad (3.4)$$

Segundo o ponto 6 do artigo 116º do RD, a BE da provisão para sinistros de uma *LoB* deve ser deduzida dos montantes recuperáveis de contratos de resseguro e de entidades com objeto específico, desde que os mesmos tenham em consideração as técnicas de mitigação do risco. Adicionalmente, a medida de volume deve ser positiva.

¹ Segundo o RD, as (re)seguradoras podem optar por calcular $V_{prem,LoB}$ de acordo com a seguinte fórmula:

$$V_{prem,LoB} = P_{LoB} + FP_{existing,LoB} + FP_{future,LoB}$$

desde que o órgão de direção, administração ou supervisão da (re)seguradora decida que os seus prémios adquiridos na *LoB* durante os 12 meses seguintes não excederão P_{LoB} , tendo esta instituído mecanismos de controlo eficazes, a fim de garantir o cumprimento dos limites sobre os prémios adquiridos, e informado a autoridade de supervisão da decisão tomada e dos motivos que a fundamentam.

Por conseguinte, obtém-se a medida de volume por LoB dada por,

$$V_{LoB} = (V_{prem,LoB} + V_{res,LoB})(0,75 + 0,25DIV_{LoB}) \quad (3.5)$$

Em que DIV_{LoB} representa o fator de diversificação geográfica na LoB . No caso de Portugal, devido à reduzida internacionalização das empresas de (re)seguros nacionais, na maior parte delas não será considerado por ausência de riscos fora de Portugal. Nos casos em que seja aplicado, deverá ser calculado segundo o Anexo I.7.

O desvio-padrão para o risco de Prémios e Provisões para cada LoB , σ_{LoB} , é definido pela agregação dos desvios-padrão de ambos os sub-riscos tal que:

$$\sigma_{LoB} = \frac{\sqrt{\sigma_{prem,LoB}^2 V_{prem,LoB}^2 + \sigma_{prem,LoB} V_{prem,LoB} \sigma_{res,LoB} V_{res,LoB} + \sigma_{res,LoB}^2 V_{res,LoB}^2}}{V_{prem,LoB} + V_{res,LoB}} \quad (3.6)$$

Segundo o artigo 117º do RD, o desvio-padrão do risco de prémios de seguros Não-Vida de uma determinada LoB é igual ao produto do desvio-padrão do risco de prémios bruto da LoB com o fator de ajustamento de resseguro não proporcional. Para as LoB 1, 4 e 5² definidas no Anexo II do RD, o fator de ajustamento de resseguro não proporcional é igual a 80%. Para as restantes, é igual a 100%.

Passo 2) Medida de volume e desvio-padrão combinado da carteira total de seguros Não-Vida:

A medida de volume do risco de prémios e de provisões de seguros Não-Vida é tal que,

$$V_{NL,prem,res} = \sum_{LoB} V_{LoB} \quad (3.7)$$

O desvio-padrão combinado do risco de prémios e de provisões de seguros Não-Vida é tal que,

$$\sigma_{NL,prem,res} = \frac{1}{V_{NL}} \sqrt{\sum_{s,t} CorrS_{s,t} \sigma_s V_s \sigma_t V_t} \quad (3.8)$$

em que o parâmetro de correlação do risco de prémios e de provisões de seguros Não-Vida entre a LoB s e t , $CorrS_{s,t}$, é estabelecido na matriz de correlação apresentada no Anexo I.5 deste trabalho e, σ_s , σ_t e, V_s , V_t correspondem aos desvios-padrão e medidas de volume relativas ao risco de prémios e de provisões de seguros Não-Vida de s e t , respetivamente.

²As LoB 1, 4 e 5 referem-se, pela seguinte ordem, a Seguro e resseguro proporcional de automóvel — responsabilidade civil, Seguro e resseguro proporcional de incêndio e outros danos patrimoniais e, Seguro e resseguro proporcional de responsabilidade civil geral

3.2 Fórmula padrão com parâmetros padrão

Tal como referido anteriormente, os parâmetros padrão resultam de calibrações efetuadas segundo a informação do mercado segurador europeu³ sendo, por conseguinte, idênticos para todas as empresas que utilizem a fórmula padrão no cálculo do SCR. No entanto, tais parâmetros poderão não se adequar ao perfil de risco de uma empresa de seguros em particular.

Nos termos do artigo 110º da Diretiva SII, caso a divergência entre o SCR apurado com base na fórmula padrão seja significativamente desajustada do perfil de risco de uma empresa, as autoridades de supervisão poderão, mediante decisão fundamentada, exigir que essa empresa de seguros substitua certos parâmetros padrão, referidos no artigo 218º do RD, por parâmetros específicos, aprofundados no Capítulo seguinte.

³pan-European datasets

PARÂMETROS ESPECÍFICOS DA EMPRESA - PEE

Segundo os princípios do SII e mediante autorização prévia das autoridades de supervisão, as empresas de (re)seguros poderão substituir um subconjunto dos parâmetros padrão por parâmetros específicos da empresa (PEE), também designados por Undertaking Specific Parameters (USP), estimados pelas próprias, com base em métodos padronizados previstos no Anexo XVII do RD.

Os dados para a sua estimação devem obedecer a um conjunto de critérios definidos no artigo 219º do RD, dos quais se destaca o fato de a empresa se dever basear na sua informação interna ou na informação que é diretamente relevante para a respetiva atividade. Deste modo, é necessário proceder à validação da integralidade, fiabilidade e adequação da informação utilizada, Guiné e Frederico [20]. O papel da função atuarial é, portanto, muito importante na avaliação da qualidade dos dados utilizados no cálculo dos PEE.

Segundo Ehrlich, Schwindt, Kuschel(2012) [6], a aprovação do pedido de aplicação dos PEE implica que a empresa de (re)seguros comprove que a fórmula padrão não reflete adequadamente o perfil de risco e que o uso dos PEE permite um resultado mais apropriado.

Quanto aos supervisores, estes devem assegurar que a aplicação dos PEE evita o risco de *cherry picking*¹ nas áreas que revelem menor SCR. Deve ser, portanto, justificada a utilização dos pressupostos considerados. Adicionalmente, devem assegurar que os PEE estão a ser calculados de acordo com os métodos padronizados.

O diagrama seguinte sintetiza as fases de desenvolvimento dos PEE.

¹ Risco de *cherry picking* corresponde à escolha arbitrária de modelização dos riscos e/ou linhas de negócio em função do seu potencial de redução do SCR total face à fórmula padrão.

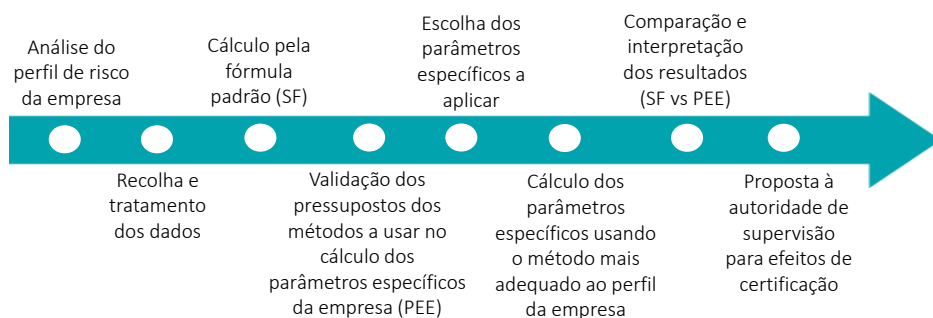


Figura 4.1: Fases de desenvolvimento dos PEE (ou USP): Da preparação à aprovação (Adaptação de Ehrlich, Schwindt, Kuschel(2012) [6])

A substituição dos parâmetros padrão por parâmetros específicos da empresa apenas poderá ser feita em módulos de riscos específicos de seguros de Vida, Não-Vida e de Acidentes e Doença, verificando-se na figura seguinte os submódulos respetivos.

Nos restantes submódulos mantém-se os parâmetros da fórmula padrão.

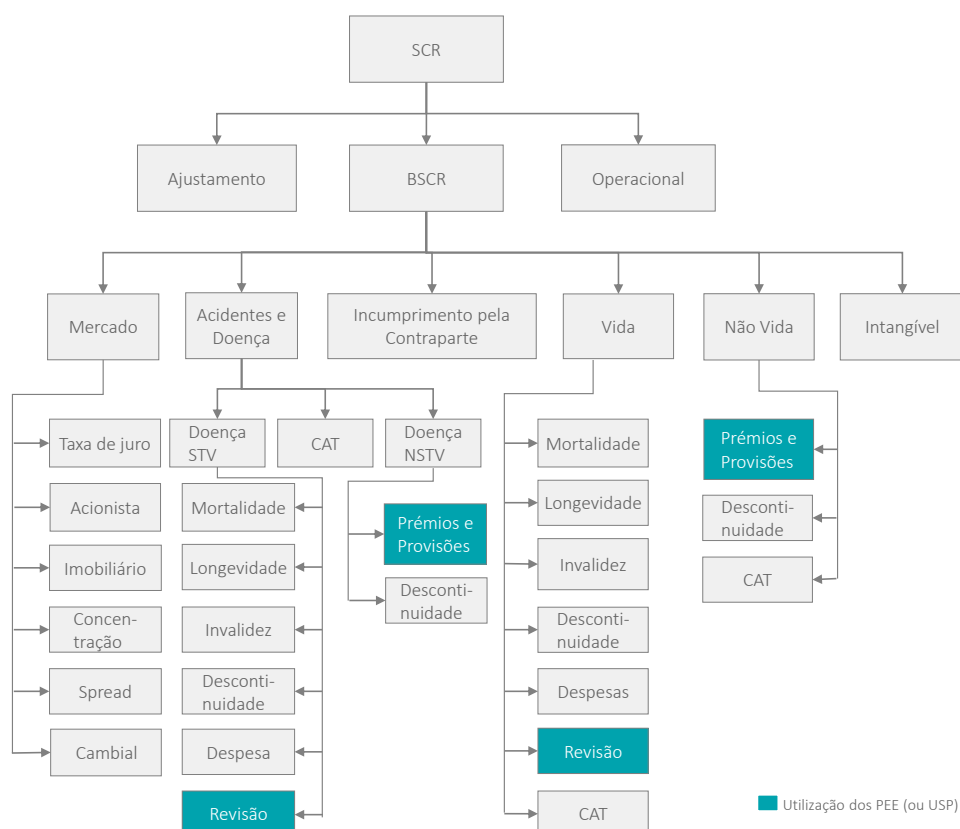


Figura 4.2: Submódulos possíveis a aplicar os PEE (ou USP)

Em suma, as empresas de seguros que adotarem a utilização dos PEE no cálculo do SCR, com base no seu histórico, devem garantir o cumprimento dos critérios anteriormente referidos como parte da ORSA, promovendo uma gestão sã que reflita os riscos a que estão expostas, EIOPA(2014) [9].

Atualmente, apenas uma seguradora nacional aplica os PEE (ou USP)².

Das suas principais vantagens destaca-se a redução do SCR comparativamente ao obtido pela fórmula padrão (se os resultados históricos revelarem uma volatilidade baixa dos riscos de prémios e provisões ou pequenos choques no risco de revisão); o perfil de risco da empresa mais realista; os custos mais baixos com a implementação dos PEE do que dos modelos internos (parciais); a calibração efetuada por dados brutos ou líquidos, permitindo uma maior flexibilidade quanto ao resseguro.

Segundo o último estudo de impacto quantilativo, QIS5, demonstra-se que, na maioria dos casos, a utilização de parâmetros específicos da empresa permite reduzir o SCR, Ehrlich, Schwindt, Kuschel(2012) [6].

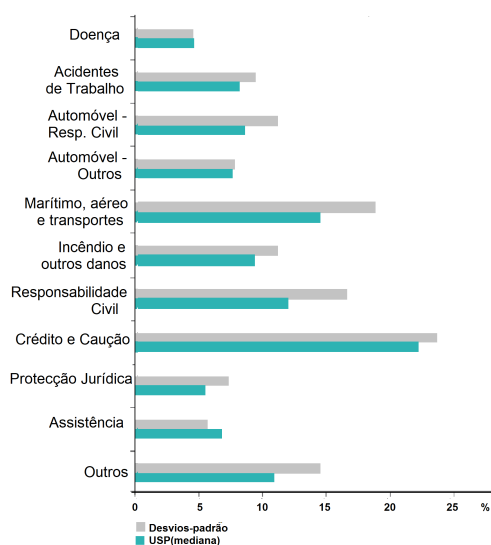


Figura 4.3: Comparação dos parâmetros padrão e PEE (ou USP) para o Risco de Prémios (Adaptação de Ehrlich, Schwindt, Kuschel(2012) [6])

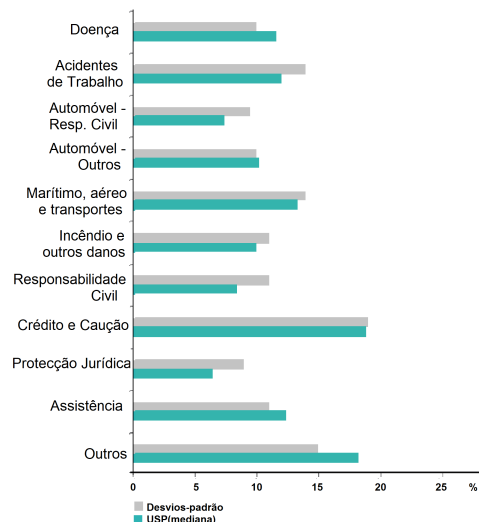


Figura 4.4: Comparação dos parâmetros padrão e PEE (ou USP) para o Risco de Provisões (Adaptação de Ehrlich, Schwindt, Kuschel(2012) [6])

²Sugere-se a consulta de *Relatório sobre a Solvência e a Situação Financeira*, Europ Assistance(2017) [3].

4.1 Métodos padrão para o cálculo dos PEE do Risco de Prémios e Provisões

Tal como referido anteriormente, o RD especifica dois métodos padronizados para o cálculo dos parâmetros específicos da empresa: Método 1, aplicado no submódulo do risco de prémios e provisões; e o Método 2 como alternativa para o submódulo do risco de provisões.

Esses métodos baseiam-se na teoria da credibilidade em que, dependendo do número de anos para os quais existam dados disponíveis, é aplicado um fator de credibilidade à combinação linear da volatilidade do mercado europeu e o estimador da volatilidade da empresa de seguros específica.

Para cada método é necessário que os dados sejam representativos do respetivo risco a que a (re)seguradora se encontra exposta durante os doze meses seguintes, bem como tenham um horizonte temporal mínimo de cinco anos, Regulamento Delegado(UE) 2015/35 [17]. Segundo o artigo 220º do RD, caso a empresa possa utilizar mais do que um método padrão, esta deve recorrer ao que proporciona o resultado mais exato para efeitos de cumprimento dos requisitos de calibragem previstos no artigo 101º da Diretiva SII. No entanto, sempre que uma empresa não consiga demonstrar com exatidão os resultados de um método padrão relativamente aos outros métodos padrão para o cálculo de um parâmetro específico da empresa, deve ser utilizado o método com o resultado mais prudente.

4.1.1 Método 1: Risco de Prémios e Provisões

O Método 1, definido doravante por M1, é baseado num dos quatro métodos testados por JWG na secção dos modelos Lognormais com *Second Variance Parametrisation*, EI-OPA(2011) [8]. Todavia, no presente trabalho considerar-se-á a metodologia estabelecida no RD sendo o método em causa uma reparametrização do modelo de JWG. Assim, os dados do mercado segurador utilizados no modelo de JWG dão lugar aos dados referentes de uma empresa específica.

O M1 considera uma variável aleatória Y com distribuição LogNormal e linearmente proporcional a uma variável explicativa X . Adicionalmente, a variância de Y é quadrática em relação a X , sendo a estimativa de máxima verosimilhança adequada.

A interpretação de ambas as variáveis aleatórias Y e X depende do tipo de risco: de prémios ou de provisões.

No risco de prémios, os dados utilizados para a estimação do desvio-padrão específico da empresa numa LoB são os seguintes:

- Perdas agregadas para cada ano de ocorrência dos sinistros de (re)seguro: soma dos pagamentos efetuados e as BE de provisões para sinistros após o primeiro ano de desenvolvimento do ano de ocorrência referente a esses sinistros, definida por Y ;

4.1. MÉTODOS PADRÃO PARA O CÁLCULO DOS PEE DO RISCO DE PRÉMIOS E PROVISÕES

- Prêmios adquiridos para cada ano de ocorrência dos sinistros de (re)seguro definidos por X .

Observação:

As perdas agregadas são ajustadas dos sinistros catastróficos na medida em que o risco desses sinistros é refletido nos submódulos de risco catastrófico de seguros de Acidentes e Doença ou Não Vida e, incluem as despesas decorrentes do cumprimento das responsabilidades de (re)seguro.

No risco de provisões, os dados utilizados para estimação do desvio-padrão específico da empresa numa LoB são os seguintes:

- Soma da BE da provisão para sinistros no final do ano de exercício para os sinistros que estavam pendentes no início do ano de exercício e dos pagamentos efetuados durante o ano de exercício relativamente aos sinistros que estavam pendentes no início do ano de exercício, definida por Y ;
- BE da provisão para sinistros no início do ano de exercício definida por X .

4.1.1.1 Especificação do Método 1

Segundo o RD, sabe-se que o desvio-padrão específico da empresa numa LoB é calculado de acordo com a seguinte fórmula:

$$\sigma_{(*,LoB,PEE)} = c \cdot \hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) \sqrt{\frac{T+1}{T-1}} + (1-c) \cdot \sigma_{(*,LoB)} \quad (4.1)$$

em que,

- T é o último ano de ocorrência para o qual existem dados disponíveis;
- c representa o fator de credibilidade que varia consoante a LoB em causa e o número de anos, T ;
- $\sigma_{(*,LoB)}$ representa o parâmetro padrão, definido pela EIOPA, que deve ser substituído pelo parâmetro específico da empresa. O símbolo $*$ representa *prem* ou *res*;
- $\hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma})$ representa a função do desvio-padrão do parâmetro específico da empresa dada por

$$\hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) = \exp \left\{ \hat{\gamma} + \frac{\frac{1}{2}T + \sum_{t=1}^T \pi_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) \ln\left(\frac{Y_t}{X_t}\right)}{\sum_{t=1}^T \pi_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma})} \right\} \quad (4.2)$$

onde

$$\pi_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) = \frac{1}{\ln\left(1 + \left((1-\hat{\delta})\frac{\bar{X}}{X_t} + \hat{\delta}\right)e^{2\hat{\gamma}}\right)} \quad (4.3)$$

com
$$\bar{X} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t$$

Adicionalmente, os estimadores dos parâmetros combinado e logarítmico, $\hat{\delta}$ e $\hat{\gamma}$, são obtidos através da minimização do montante dado pela expressão,

$$l(\delta, \gamma | X_t, Y_t) = \sum_{t=1}^T \pi_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) \left(\ln\left(\frac{Y_t}{X_t}\right) + \frac{1}{2\pi_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma})} + \hat{\gamma} - \ln(\sigma(\hat{\delta}, \hat{\gamma})) \right)^2 - \sum_{t=1}^T \ln(\pi_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma})) \quad (4.4)$$

Supondo que existem constantes $\beta \in \mathbb{R}_+$, $\delta \in [0, 1]$ e $\gamma \in \mathbb{R}$ tal que para $t \in \{1, \dots, T\}$, o M1 baseia-se nos seguintes pressupostos demonstrados segundo Felice(2016)[19]:

<p>M1.i O valor esperado de Y_t é dado por,</p> $E(Y_t) = \beta X_t \quad (4.5)$
--

O pressuposto do valor esperado pode ser testado segundo a análise da regressão linear entre $E(Y)$ e X com ou sem termo independente, β_0 , definido adiante por *intercept* tal que

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \epsilon_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.6)$$

em que os parâmetros β_t são os coeficientes de regressão e ϵ_t é o erro aleatório associado ao modelo tal que $E(\epsilon_t) = 0$, $Var(\epsilon_t) = \sigma^2$ constante e $Cov(\epsilon_t, \epsilon_k) = 0$, $t \neq k$.

<p>M1.ii A variância de Y_t é dada por,</p> $Var(Y_t) = \beta^2 e^{2\gamma} \left((1 - \delta) \bar{X} X_t + \delta X_t^2 \right) \quad (4.7)$

Note-se que o RD aplica uma reparametrização do modelo de JWG, EIOPA(2011) [8] tal que $e^\gamma = \sigma$. Logo, segundo JWG, $Var(Y_t) = \beta^2 \sigma^2 \left((1 - \delta) \bar{X} X_t + \delta X_t^2 \right)$. Adicionalmente, sendo a variância caracterizada como sendo *Second Variance Parametrization*, tem-se que $Var(Y_t)$ é proporcional a β^2 o que implica a independência de β relativamente ao coeficiente de variação de Y_t dado por $CV(Y_t) = \frac{\sqrt{Var(Y_t)}}{E(Y_t)}$.

A presente hipótese é verificada através da análise da regressão

$$\widehat{Var(Y_t)} = \beta_0 + \beta_1 X_t + \beta_2 X_t^2 + \epsilon_t, \quad t = 1, \dots, T$$

em que $\widehat{Var(Y_t)}$ é a estimativa da variância para cada ano de ocorrência.

Substituindo $\beta_0 = 0$, $\beta_1 = \beta^2 e^{2\gamma} (1 - \delta) \bar{X}$ e $\beta_2 = \beta^2 e^{2\gamma} \delta$ tem-se

$$\widehat{Var(Y_t)} = \beta^2 e^{2\gamma} X_t^2 + \epsilon_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.8)$$

M1.iii A variável Y segue uma Distribuição LogNormal

$$Y_t \sim \text{LogNormal}(\mu_t, \omega_t) \quad (4.9)$$

Pelas propriedades da distribuição LogNormal, sabe-se que

$$E(Y_t) = e^{\mu_t + \frac{1}{2}\omega_t} \text{ e } \text{Var}(Y_t) = e^{2\mu_t + 2\omega_t} - e^{2\mu_t + \omega_t}$$

Então, pela **M1.i** tem-se que $e^{\mu_t + \frac{1}{2}\omega_t} = \beta X_t \Leftrightarrow \mu_t + \frac{1}{2}\omega_t = \ln(\beta X_t)$. Logo,

$$\mu_t = \ln(\beta X_t) - \frac{1}{2}\omega_t \quad (4.10)$$

Adicionalmente, sabendo que $e^{2\mu_t + 2\omega_t} - e^{2\mu_t + \omega_t} = (e^{2\mu_t} e^{\omega_t})(e^{\omega_t} - 1) = (e^{\mu_t + \frac{\omega_t}{2}})^2 (e^{\omega_t} - 1) = \beta^2 (e^{\omega_t} - 1)$ tem-se, pela **M1.ii**, $\beta^2 (e^{\omega_t} - 1) = \beta^2 e^{2\gamma} \left((1 - \delta) \bar{X} X_t + \delta X_t^2 \right)$. Logo,

$$\omega_t = \ln \left(1 + e^{2\gamma} \left((1 - \delta) \bar{X} X_t + \delta X_t^2 \right) \right) = \ln \left(1 + e^{2\gamma} \left((1 - \delta) \frac{\bar{X}}{X_t} + \delta \right) \right) = \pi^{-1} \quad (4.11)$$

O pressuposto de que Y segue uma distribuição LogNormal pode ser testado segundo testes à Normalidade ou graficamente.

Os testes à normalidade assumem a normalidade dos dados como sendo a hipótese nula (H_0) e definem a estatística de teste que permite distinguir esta hipótese da hipótese alternativa (H_1), da não normalidade. Neste sentido, existem vários testes possíveis: Teste de Kolmogorov-Smirnov, Teste de Cramer-von Mises, Teste de Anderson-Daling, Teste de Shapiro-Wilk ou, ainda, o Teste de Jarque-Bera.

Recorrendo à análise gráfica tem-se o histograma, o PP-plot e o QQ-plot.

M1.iv A estimativa de máxima verosimilhança é adequada

Sabendo que a função densidade de Y é dada por

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\omega_t}} \frac{1}{y} e^{-\frac{(\ln(y) - \mu_t)^2}{2\omega_t}}$$

tem-se que, segundo Siegenthaler(2017)[12], a maximização da log-verosimilhança é tal que

$$\begin{aligned}
 \ln(L(\delta, \gamma, \beta|Y_t, X_t)) &= \ln\left(\prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\omega_t}} \frac{1}{Y_t} e^{-\frac{(\ln(Y_t) - \mu_t)^2}{2\omega_t}}\right) \\
 &\sim \sum_{t=1}^T \ln\left(\frac{1}{\sqrt{\omega_t} Y_t} e^{-\frac{(\ln(Y_t) - \mu_t)^2}{2\omega_t}}\right) \\
 &= \sum_{t=1}^T \left(\ln\left(\frac{1}{\sqrt{\omega_t} Y_t}\right) - \frac{(\ln(Y_t) - \mu_t)^2}{2\omega_t}\right) \\
 &= \sum_{t=1}^T \left(-\ln(\sqrt{\omega_t} Y_t) - \frac{(\ln(Y_t) - \mu_t)^2}{2\omega_t}\right) \\
 &= \sum_{t=1}^T \left(-\ln(\sqrt{\omega_t}) - \ln(Y_t) - \frac{1}{2\omega_t} \left(\ln(Y_t) + \frac{1}{2}\omega_t - \ln(\beta X_t)\right)^2\right) \\
 &\sim \sum_{t=1}^T \left(-\frac{1}{2}\ln(\omega_t) - \frac{1}{2\omega_t} \left(\ln(Y_t) + \frac{1}{2}\omega_t - \ln(\beta X_t)\right)^2\right) \\
 &= \sum_{t=1}^T \left(\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{\omega_t}\right) - \frac{1}{2\omega_t} \left(\ln(Y_t) + \frac{1}{2}\omega_t - \ln(\beta X_t)\right)^2\right) \\
 &\sim \sum_{t=1}^T \left(\ln\left(\frac{1}{\omega_t}\right) - \frac{1}{\omega_t} \left(\ln(Y_t) + \frac{1}{2}\omega_t - \ln(\beta X_t)\right)^2\right) \\
 &= \sum_{t=1}^T \ln(\pi_t) - \sum_{t=1}^T \pi_t u_t^2 \tag{4.12}
 \end{aligned}$$

Pela **M1.iii** sabe-se que $\ln(Y_t) \sim \text{Normal}(\mu_t, \omega_t)$, em que $\mu_t = \ln(\beta X_t) - \frac{1}{2\pi_t}$ e $\omega_t = \frac{1}{\pi_t}$. Fazendo

$$U_t = \ln(Y_t) - \ln(\beta X_t) + \frac{1}{2\pi_t}$$

tem-se que a nova variável aleatória U_t segue uma distribuição $\text{Normal}(0, \frac{1}{\pi_t})$.

Logo, a maximização da log-verosimilhança de $L(\delta, \gamma, \beta|Y_t, X_t)$ é equivalente à minimização da *criterion function*, definida por JWG, em função de β, γ e δ ,

$$\begin{aligned}
 F(\delta, \gamma, \beta|Y_t, X_t) &= \sum_{t=1}^T \pi_t u_t^2 - \sum_{t=1}^T \ln(\pi_t) \\
 &= \sum_{t=1}^T \left(\pi_t(\delta, \gamma) \left(\ln(Y_t) + \frac{1}{2\pi_t(\delta, \gamma)} - \ln(\beta X_t)\right)^2 - \ln(\pi_t(\delta, \gamma))\right) \\
 &= \sum_{t=1}^T \left(\pi_t(\delta, \gamma) \left(\ln\left(\frac{Y_t}{X_t}\right) + \frac{1}{2\pi_t(\delta, \gamma)} - \ln(\beta)\right)^2 - \ln(\pi_t(\delta, \gamma))\right) \tag{4.13}
 \end{aligned}$$

Uma vez que $\pi_t(\delta, \gamma)$ não depende de β , $F(\delta, \gamma, \beta|Y_t, X_t)$ pode ser minimizada em função de β tal que

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial \beta} F(\delta, \gamma, \beta|Y_t, X_t) = 0 \\
 \Rightarrow & \sum_{t=1}^T \left(\pi_t(\delta, \gamma) 2 \left(\ln\left(\frac{Y_t}{X_t}\right) + \frac{1}{2\pi(\delta, \gamma)} - \ln(\hat{\beta}) \right) \left(-\frac{1}{\hat{\beta}} \right) \right) = 0 \\
 \Leftrightarrow & \sum_{t=1}^T \left(\pi_t(\delta, \gamma) \ln\left(\frac{Y_t}{X_t}\right) + \frac{1}{2} - \pi_t(\delta, \gamma) \ln(\hat{\beta}) \right) = 0 \\
 \Leftrightarrow & \sum_{t=1}^T \pi_t(\delta, \gamma) \ln\left(\frac{Y_t}{X_t}\right) + \frac{T}{2} - \sum_{t=1}^T \pi_t(\delta, \gamma) \ln(\hat{\beta}) = 0 \\
 \Leftrightarrow & \ln(\hat{\beta}) = \frac{\frac{1}{2}T + \sum_{t=1}^T \pi_t(\delta, \gamma) \ln\left(\frac{Y_t}{X_t}\right)}{\sum_{t=1}^T \pi_t(\delta, \gamma)} \quad (4.14)
 \end{aligned}$$

Substituindo $\ln(\beta)$ de (4.13) por $\ln(\hat{\beta})$ tem-se que,

$$\sum_{t=1}^T \left(\pi_t(\delta, \gamma) \left(\ln\left(\frac{Y_t}{X_t}\right) + \frac{1}{2\pi(\delta, \gamma)} - \frac{\frac{1}{2}T + \sum_{t=1}^T \pi_t(\delta, \gamma) \ln\left(\frac{Y_t}{X_t}\right)}{\sum_{t=1}^T \pi_t(\delta, \gamma)} \right)^2 - \ln(\pi_t(\delta, \gamma)) \right) \quad (4.15)$$

Fazendo $\ln(\hat{\beta}) = \ln(\sigma(\delta, \gamma)) - \gamma$ encontram-se os estimadores do parâmetro combinado e do coeficiente de variância logarítmico, $\hat{\delta}^3$ e $\hat{\gamma}$, tal que o montante dado por (4.4) é mínimo.

Segundo Siegenthaler(2017) [19], o desvio-padrão específico da empresa definido em (4.2) pode ser interpretado como sendo o desvio-padrão estimado para o próximo ano, $T + 1$, dado por,

$$\begin{aligned}
 \sqrt{Var(Y_{T+1})} &= \hat{\beta} e^{\hat{\gamma}} \sqrt{(1 - \hat{\delta}) \bar{X} X_{T+1} + \hat{\delta} X_{T+1}^2} \\
 &= e^{\hat{\gamma} + \ln(\hat{\beta})} \sqrt{(1 - \hat{\delta}) \bar{X} X_{T+1} + \hat{\delta} X_{T+1}^2} \\
 &= \hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) \sqrt{(1 - \hat{\delta}) \bar{X} X_{T+1} + \hat{\delta} X_{T+1}^2} \quad (4.16)
 \end{aligned}$$

Considerando $\hat{\delta} = 1$, o autor prova que este parâmetro não tem influência no desvio padrão específico da empresa, $\hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma})$, definido em (4.2).

³A variância de Y é quadrática em relação a X quando $\delta = 1$ e é proporcional quando $\delta = 0$

4.1.2 Método 2: Risco de Provisões

O Método 2 (M2) calcula o desvio-padrão específico da empresa para o risco de provisões de seguros Não-Vida, baseando-se no método desenvolvido por Merz and Wüthrich(2008) [14], também conhecido como modelo estocástico de Chain Ladder desenvolvido por Mack(1993) [21]. Desta forma, o desvio-padrão é obtido pelo rácio da raiz quadrada do Erro Quadrático Médio de Predição (MSEP) dos sinistros estimados com a Provisão estimada considerando o horizonte temporal de um ano. Tal como no M1, o desvio-padrão específico é combinado com o desvio-padrão do mercado ponderados por um coeficiente de credibilidade.

Por conseguinte, para uma LoB do módulo de risco específico de seguros Não-Vida, é considerado um conjunto de montantes pagos incrementais com sinistros de (re)seguro $X_{i,j}$ organizado por anos de ocorrência $i = 0, 1, \dots, I$ e anos de desenvolvimento $j = 0, 1, \dots, J$, com $I \geq J$, correspondendo às linhas e colunas do Triângulo Run-Off, respetivamente.

4.1.2.1 Especificação do Método 2

O desvio-padrão específico da empresa para uma LoB é calculado de acordo com a seguinte fórmula:

$$\sigma_{(res,LoB,PEE)} = c \frac{\sqrt{MSEP}}{\sum_{i=0}^I (\widehat{C}_{i,J} - C_{(i,J-i)})} + (1 - c)\sigma_{(res,LoB)} \quad (4.17)$$

em que,

- c representa o fator de credibilidade;
- $\sigma_{(res,LoB)}$ representa o desvio-padrão do risco de provisões na *LoB*, definido pela EIOPA, que deve ser substituído pelo desvio-padrão da empresa;
- Para o conjunto dos anos de ocorrência e anos de desenvolvimento, $\widehat{C}_{i,j}$ representa a estimativa do montante de pagamentos acumulados para o ano de ocorrência específico i e o ano de desenvolvimento j ;
- $\sum_{i=0}^I (\widehat{C}_{i,J} - C_{(i,J-i)})$ representa a provisão estimada segundo o método Chain Ladder tornando este método equivalente ao método 3 para o risco de provisões proposto no QIS5.
- $MSEP$ representa o erro quadrático médio de previsão calculado segundo Merz Wüthrich(2008) [14]

Sabendo que $C_{i,j} = \sum_{k=0}^j X_{i,k}$ corresponde aos montantes pagos acumulados, a sua estimativa futura $\widehat{C}_{i,j}$ é obtida projetando os pagamentos acumulados da última diagonal do triângulo tal que

$$\widehat{C}_{i,J} = C_{i,I-i} \hat{f}_{I-i} \cdots \hat{f}_{j-2} \hat{f}_{j-1} = C_{i,I-i} \prod_{j=I-i}^{J-1} \hat{f}_j, \quad i = I-J+1, I-J+2, \dots, I \quad (4.18)$$

onde, para todos os anos de desenvolvimento, \hat{f}_j representa o estimador do fator de desenvolvimento,

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}}, \quad j = 0, \dots, I-1 \quad (4.19)$$

Finalmente, sabendo que

$$\begin{cases} \sigma_j^2 = \frac{1}{I-j-1} \sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{f}_j \right)^2, & j = 0, \dots, J-2 \\ \sigma_{J-1}^2 = \min \left(\widehat{\sigma}_{J-2}^2, \widehat{\sigma}_{J-3}^2, \frac{\widehat{\sigma}_{J-2}^4}{\widehat{\sigma}_{J-3}^2} \right), & j = J-1 \end{cases}$$

e

$$\widehat{Q}_j = \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{f}_j^2} \quad (4.20)$$

obtem-se, por conseguinte, a estimativa do erro associado à previsão efetuada, $MSEP$,

$$\widehat{MSEP} = \sum_{i=1}^I \widehat{C}_{i,J}^2 \frac{\widehat{Q}_{I-i}}{C_{i,I-i}} + \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^I \widehat{C}_{i,J} \widehat{C}_{k,J} \left(\frac{\widehat{Q}_{I-i}}{\sum_{i=0}^{I-1} C_{i,j}} + \sum_{j=I-i+1}^{J-1} \frac{C_{I-j,j}}{\sum_{i=0}^{I-j} C_{i,j}} \frac{\widehat{Q}_j}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}} \right) \quad (4.21)$$

O M2 rege-se pelos seguintes pressupostos de natureza estocástica dos montantes acumulados de pagamentos com sinistros:

M2.i / M2.ii *Os montantes acumulados (e incrementais) de pagamentos com sinistros para anos de ocorrência diferentes são mutuamente independentes estocasticamente*

Para $i = 0, 1, \dots, I$, o processo $\{C_{i,j}\}_{j \geq 0}$ é uma cadeia de Markov então

$$P(C_{i,j} \leq x | C_{i,0}, C_{i,1}, \dots, C_{i,j-1}) = P(C_{i,j} \leq x | C_{i,j-1}) \quad (4.22)$$

Esta hipótese é testada pelo teste à independência dos resíduos, verificando se os mesmos apresentam uma tendência em função dos anos de exercício (e, anos de ocorrência e de desenvolvimento).

M2.iii *Para o conjunto dos anos de ocorrência, o valor esperado do montante acumulado de pagamentos com sinistros para um ano de desenvolvimento é proporcional ao montante acumulado de sinistros para o ano de desenvolvimento anterior*

Para $j = 1, \dots, J$ existe constantes $f_j > 0$ tal que, para $i = 0, 1, \dots, I$,

$$E(C_{i,j} | C_{i,j-1}) = f_{j-1} C_{i,j-1} \quad (4.23)$$

M2.iv *Para o conjunto dos anos de ocorrência, a variância do montante acumulado de pagamentos com sinistros para um ano de desenvolvimento é proporcional ao montante acumulado de pagamentos com sinistros para o ano de desenvolvimento anterior*

Para $j = 1, \dots, J$ existe constantes $\sigma_j > 0$ tal que, para $i = 0, 1, \dots, I$,

$$Var(C_{i,j} | C_{i,j-1}) = \sigma_{j-1}^2 C_{i,j-1} \quad (4.24)$$

As hipótese **M2.iii** e **M2.iv** podem ser reescritas numa única hipótese. Assumindo $B_0 = \{C_{0,0}, C_{0,1}, \dots, C_{0,I}\}$ como o conjunto dos montantes pagos no primeiro ano de desenvolvimento tem-se, para $f_j > 0$, $\sigma_j > 0$ e $\epsilon_{i,j}$ tal que $j = 1, \dots, J$, $i = 1, \dots, I$:

$$C_{i,j} = f_{j-1} C_{i,j-1} + \sigma_{j-1} \sqrt{C_{i,j-1}} \epsilon_{i,j} \quad (4.25)$$

onde $\epsilon_{i,j}$ são os termos dos erros, condicionalmente independentes de B_0 , e identicamente distribuídos com $E(\epsilon_{i,j} | B_0) = 0$ e $Var(\epsilon_{i,j} | B_0) = 1$.

A expressão anterior para cada $j = 1, \dots, J - 1$ é, portanto, um modelo de regressão linear relativamente a observações de dois anos de desenvolvimento consecutivos.

4.1. MÉTODOS PADRÃO PARA O CÁLCULO DOS PEE DO RISCO DE PRÉMIOS E PROVISÕES

A tabela seguinte sumariza os parâmetros específicos da empresa (PEE ou USP) que podem substituir os parâmetros padrão para cada módulo de risco de seguro específico bem como os métodos padronizados, estabelecidos pelo RD, utilizados para os devidos procedimentos numéricos.

Módulo de riscos específicos Não-Vida		Módulo de riscos específicos de Vida	Módulo de riscos específicos de Doença STV
Módulo de riscos específicos de Doença NSTV			
Risco de prémios	Risco de Provisões	Risco de revisão	
Desvio-padrão para o risco de prémios líquidos = Desvio-padrão para o risco de prémios brutos x Fator de ajustamento do resseguro não proporcional	Desvio-padrão para o risco de provisões	Fator de aumento relativo ao valor dos benefícios decorrentes de rendas (Choques no SCR)	
Método 1 baseado na distribuição LogNormal	Método 1 baseado na distribuição LogNormal ou Método 2 baseado num modelo estocástico	Método 1 baseado na distribuição LogNormal	

Figura 4.5: Tabela resumo dos parâmetros específicos da empresa (PEE ou USP) e respetivos métodos de cálculo padronizados

APLICAÇÃO PRÁTICA

O objetivo reside na análise da volatilidade do risco de Prémios e Provisões de seguros Não-Vida aplicando as metodologias de cálculo estabelecidas no Anexo XVII do RD, referidas no Capítulo 4.

Para tal, procedeu-se à validação dos requisitos e pressupostos dos métodos de forma a que o seu uso seja apropriado. Para a aplicação prática recorreu-se ao *software R* e *Excel*.

Dados Utilizados

Os dados utilizados são referentes a uma Seguradora Não-Vida que comercializa os seguros Responsabilidade Civil(RC) e Incêndio e Outros Danos(IOD). A informação histórica para ambas as LoB encontra-se organizada por períodos anuais, desde 2007 a 2016, apresentada no Anexo I.8.

Risco de Prémios

Sendo o número de anos para os quais existe informação disponível reduzido ($T = 10$ anos), não é possível obter conclusões estatísticas suficientemente robustas. Todavia, serão testados os pressupostos do Método 1 para o risco de Prémios.

Relativamente à hipótese **M1.i**, pode-se verificar uma certa proporcionalidade entre $E(Y)$ e X através da regressão linear simples (4.6) com e sem *intercept*. Através do ajustamento de ambas as regressões (sem *intercept*), tem-se para ambas as LoB um $p - value \simeq 0$ e um coeficiente de determinação ajustado, R^2_{ajust} , de 97% para RC e de 89% para IOD o que revela que os modelos são bem explicativos, principalmente para RC.

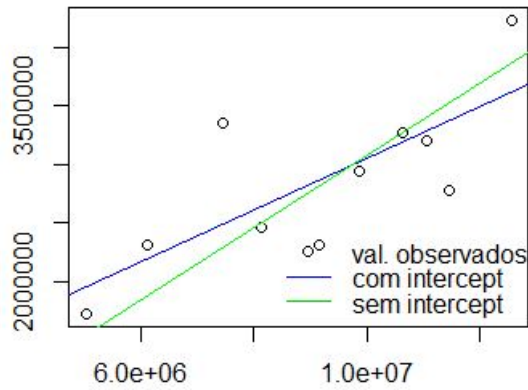


Figura 5.1: Valores observados e regressões lineares ajustadas com e sem *intercept* para Responsabilidade Civil

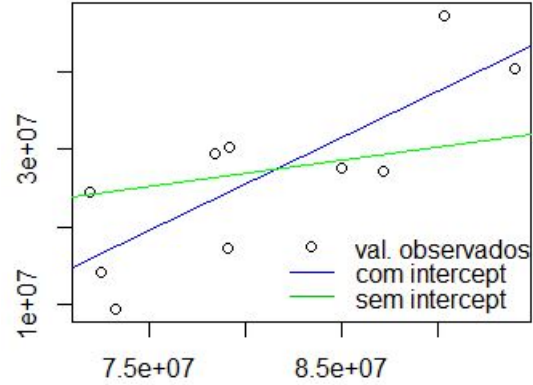


Figura 5.2: Valores observados e regressões lineares ajustadas com e sem *intercept* para Incêndio e Outros Danos

Através da análise da regressão (4.8) sem *intercept* para testar a Hipótese **M1.ii** obtém-se um R^2_{ajust} de 92% para RC o que indica que o modelo é bem explicativo. Sendo o p -value da variável X^2 aproximadamente zero, pode-se afirmar que X^2 é estatisticamente significativa para $\widehat{Var}(Y)$. No caso da LoB IOD, tem-se um R^2_{ajust} de 67% sendo o modelo razoavelmente explicativo. Adicionalmente, verifica-se que a variável X^2 tem um p -value = 0,00118 sendo estatisticamente menos significativa para $\widehat{Var}(Y)$.

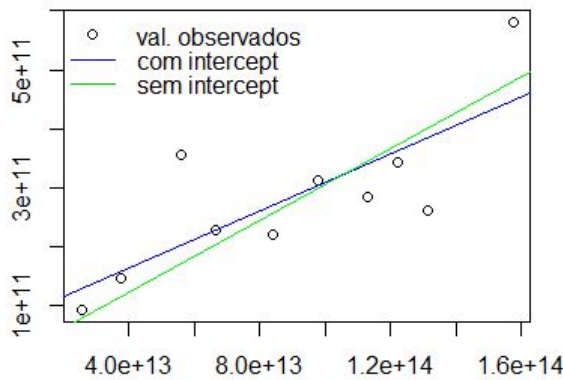


Figura 5.3: Valores observados e regressões ajustadas com e sem *intercept* para Responsabilidade Civil

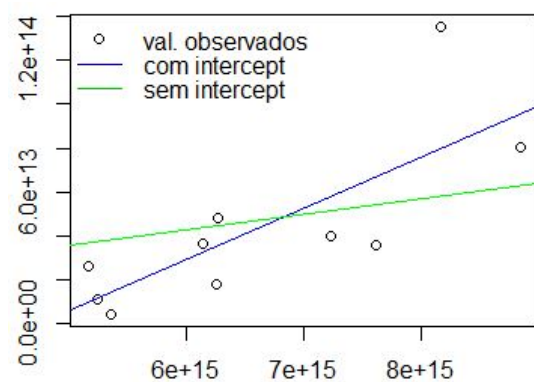


Figura 5.4: Valores observados e regressões ajustadas com e sem *intercept* para Incêndio e Outros Danos

Relativamente à Hipótese **M1.iii**, pode-se efetuar uma análise preliminar fazendo os histogramas e QQ-plot da variável $\ln(Y)$ para cada LoB. Numa primeira análise, $\ln(Y)$ parece seguir uma distribuição Normal.

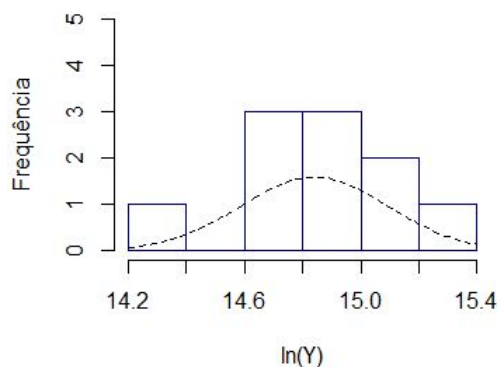


Figura 5.5: Histograma de $\ln(Y)$ para Responsabilidade Civil

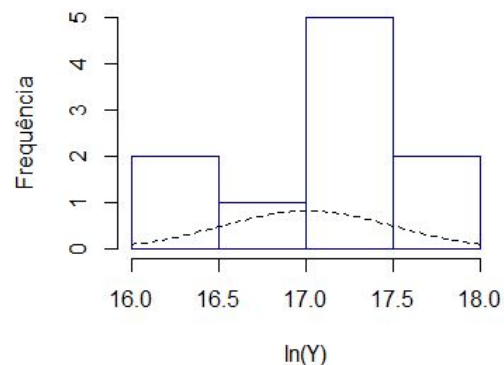


Figura 5.6: Histograma de $\ln(Y)$ para Incêndio e Outros Danos

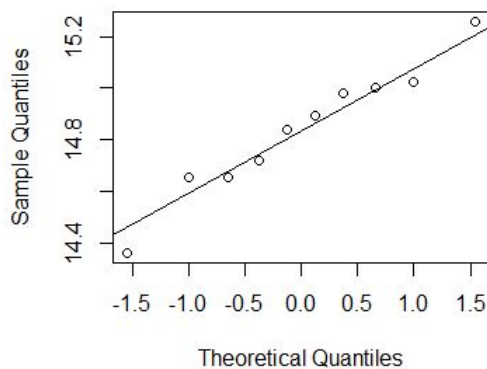


Figura 5.7: Normal QQ-Plot de $\ln(Y)$ para Responsabilidade Civil

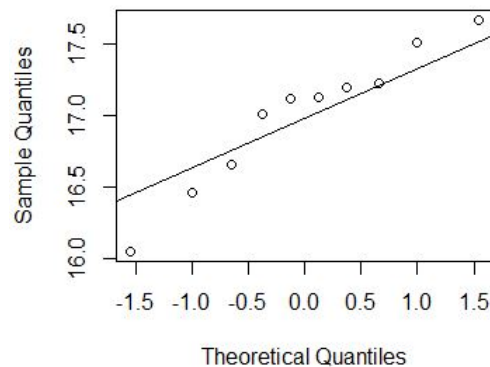


Figura 5.8: Normal QQ-Plot de $\ln(Y)$ para Incêndio e Outros Danos

Efetuada os testes à normalidade habituais, verificam-se p -values elevados não rejeitando a Hipótese Nula (H_0). Uma vez que o Teste de Cramer-Von Mises é recomendado para amostras com $n < 25$, pode-se afirmar que a variável $\ln(Y)$ segue uma distribuição Normal, sobretudo para RC.

	RC	IOD
Kolmogorov-Smirnov	0,986	0,718
Shapiro-Wilk	0,922	0,571
Cramer-Von Mises	0,979	0,801

Tabela 5.1: p -values dos Testes à normalidade a $\ln(Y)$ para as LoB Responsabilidade Civil e Incêndio e Outros Danos

Por último, sabendo que $\ln(Y)$ segue uma distribuição Normal então a Hipótese **M1.iv** é verificada.

Perante os resultados anteriores, os dados relativos a Responsabilidade Civil cumprem

todos os requisitos e, sendo os pressupostos totalmente verificados, é aconselhável a aplicação dos PEE (ou USP). Quanto aos dados de Incêndio e Outros Danos, embora cumpram os requisitos exigidos, os pressupostos do M1 do risco de Prémios não são claramente verificados não sendo prudente a utilização dos PEE (ou USP) nesta linha de negócio.

Embora não se aplique os PEE para Incêndio e Outros Danos serão, para efeitos ilustrativos, apresentados os procedimentos numéricos do Método 1 para o risco de Prémios para ambas as linhas de negócio.

Por conseguinte, verificados os pressupostos referidos anteriormente e uma vez definidos os vetores dos *inputs*, Y e X , e as funções $\sigma(\delta, \gamma)$ e $\pi_t(\delta, \gamma)$, procede-se à estimação de δ e γ , recorrendo a técnicas de otimização, tal que o valor da função (4.4) seja mínimo.

Para a minimização referida, considerou-se o método L-BFGS-B que permite definir o domínio das variáveis. Assim, δ é definida em $[0, 1]$ e γ em \mathbb{R} . Todavia, este método atribui valores para o parâmetro combinado exatamente iguais a 0 e 1 e não aproximadamente iguais a 0 e 1 como acontece com o método BFGS.

Desta forma, obtém-se os coeficientes de variância logarítmico estimados, $\hat{\gamma} = -1,786$ e $\hat{\gamma} = -0,898$ para RC e IOD, respetivamente e, os parâmetros combinados estimados, $\hat{\delta} = 0$ para ambas as LoB. Encontrados $\hat{\delta}$ e $\hat{\gamma}$, obtém-se as estimativas de $\hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma})$ e $\hat{\pi}_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma})$.

Considerando valores equidistantes de δ no intervalo $[0, 1]$, mantendo fixo o valor de $\hat{\gamma}$ para cada LoB, obtém-se os seguintes valores de $\hat{\pi}_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma})$ para cada ano $t, t = 1, \dots, 10$.

RC com: $\hat{\gamma}_{=-1,786}$											
	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	
0,0	20,11	24,34	29,53	32,19	36,16	38,93	41,85	43,47	45,05	49,32	
0,1	21,03	25,15	30,08	32,54	36,16	38,62	41,2	42,6	43,6	47,57	
0,2	22,04	26,02	30,64	32,9	36,15	38,33	40,56	41,76	42,92	45,94	
0,3	23,16	26,96	31,23	33,27	36,14	38,03	39,94	40,95	41,93	44,42	
0,4	24,40	27,97	31,84	33,64	36,14	37,74	39,34	40,18	40,98	43	
0,5	25,79	29,05	32,48	34,03	36,13	37,46	38,76	39,43	40,07	41,67	
0,6	27,34	30,23	33,14	34,42	36,12	37,18	38,19	38,72	39,21	40,42	
0,7	29,10	31,51	33,83	34,83	36,1	36,9	37,65	38,03	38,38	39,24	
0,8	31,10	32,9	34,55	35,24	36,11	36,63	37,11	37,36	37,59	38,13	
0,9	33,41	34,42	35,31	35,66	36,10	36,36	36,6	36,72	36,83	37,09	
1,0	36,09	36,09	36,09	36,09	36,09	36,09	36,0	36,09	36,09	36,09	

IOD com: $\hat{\gamma}_{=-0,898}$											
	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	
0,0	5,93	5,83	5,87	6,36	6,31	6,37	6,81	6,97	7,2	7,48	
0,1	5,98	5,89	5,93	6,38	6,33	6,39	6,78	6,92	7,13	7,37	
0,2	6,04	5,95	5,99	6,39	6,35	6,40	6,75	6,88	7,05	7,26	
0,3	6,09	6,02	6,05	6,41	6,37	6,42	6,72	6,83	6,98	7,16	
0,4	6,15	6,08	6,11	6,42	6,39	6,43	6,69	6,78	6,91	7,06	
0,5	6,21	6,15	6,17	6,44	6,41	6,44	6,66	6,74	6,84	6,96	
0,6	6,26	6,22	6,24	6,45	6,43	6,46	6,63	6,69	6,77	6,87	
0,7	6,33	6,29	6,31	6,47	6,45	6,47	6,6	6,64	6,71	6,77	
0,8	6,39	6,36	6,37	6,48	6,47	6,49	6,57	6,6	6,64	6,69	
0,9	6,45	6,44	6,44	6,5	6,49	6,5	6,54	6,56	6,56	6,6	
1,0	6,51	6,51	6,51	6,51	6,51	6,51	6,51	6,51	6,51	6,51	

Tabela 5.2: $\hat{\pi}_t(\delta, \hat{\gamma})$ para valores de $\delta \in [0, 1]$

Pela Tabela 5.2 verifica-se que, quanto menor for o valor de $\hat{\gamma}$, maior será o valor de $\hat{\pi}_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) \forall \hat{\delta}, \hat{\delta} \in [0, 1]$. Adicionalmente, uma ponderação menor que 1 da variável $X, \frac{\bar{X}}{X_t}$, em $t = 1, \dots, T$ implica a diminuição do valor de $\hat{\pi}_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma})$ nesse t para δ incremental, tal como se pode verificar na Tabela anteriormente mencionada, nos anos $t = 5, \dots, 10$, para a LoB RC e nos anos $t = 7, \dots, 10$ para a LoB IOD.

RC com:	$\hat{\gamma}_{=-1,786}$										
δ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\hat{\sigma}(\delta, \hat{\gamma})$	0,052	0,052	0,053	0,053	0,053	0,053	0,053	0,053	0,053	0,053	0,053
$\hat{\sigma}_{(prem, PEE)}$	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059

IOD com:	$\hat{\gamma}_{=-0,898}$										
δ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\hat{\sigma}(\delta, \hat{\gamma})$	0,135	0,135	0,135	0,134	0,134	0,134	0,133	0,133	0,133	0,133	0,132
$\hat{\sigma}_{(prem, PEE)}$	0,149	0,149	0,149	0,148	0,148	0,148	0,147	0,147	0,147	0,147	0,146

Tabela 5.3: $\hat{\sigma}(\delta, \hat{\gamma})$ e PEE para valores de $\delta \in [0, 1]$

Pela Tabela 5.3 pode-se verificar que $\hat{\sigma}(\delta, \hat{\gamma})$ regista uma variação de 0,001% em RC e de 0,003% em IOD, a mesma variação percentual apresentada no valor do PEE para cada LoB. A justificação remete a que, no cálculo do valor do PEE dado pela equação (4.1), apenas a componente $\hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma})$ é influenciada pelos valores de $\hat{\delta}$ e $\hat{\gamma}$ sendo as restantes estabelecidas no RD.

Adicionalmente, analisando o comportamento de $\sigma(\delta, \gamma)$ e, por conseguinte, o comportamento do valor do PEE, pode-se verificar que, tal como referido em Cerchiara e Dermarco(2016) [18] e Siegenthaler(2017) [19], δ não tem grande influência nesses valores. Contrariamente, um aumento de γ contribui para um crescente valor do PEE.

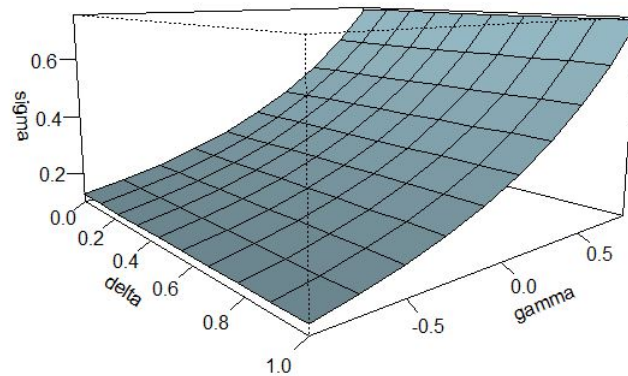


Figura 5.9: Comportamento de $\sigma(\delta, \gamma)$

Sabendo que a informação disponível é relativa a $T = 10$ anos tem-se que o fator de credibilidade é de 100%, apresentado no Anexo I.6 deste trabalho. Adicionalmente, segundo o Anexo I.4 do mesmo, sabe-se que o desvio-padrão para o risco de Prémios nas LoB Responsabilidade Civil e Incêndio e Outros Danos são 14% e 8%, respetivamente sendo que, aplicado o fator de ajustamento do resseguro não proporcional de 80%, estes desvios-padrão tomam os valores 11,2% e 6,4%, pela mesma ordem.

Procedendo ao cálculo da equação (4.1), obtém-se o parâmetro específico para a empresa (PEE) em análise, para cada LoB.

VOLATILIDADE DO RISCO DE PRÉMIOS		
MÉTODO 1		
LoB	RC	IOD
Desvio-padrão da SF	11,2%	6,4%
Desvio-padrão do PEE	5,8%	15,0%
Var.(%)	-5,4%	8,6%

Figura 5.10: Volatilidade do risco de Prémio para cada LoB segundo a fórmula padrão e PEE(Método 1)

Tal como anteriormente mencionado, é aconselhável aplicar o parâmetro específico da empresa do risco de Prémios de valor 5,8% para Responsabilidade Civil e, manter o parâmetro padrão do risco de Prémios de valor 6,4% para Incêndio e Outros Danos.

Segundo o estudo empírico efetuado por Cerchiara e Demarco(2016) [18], o método 1 do risco de prémios tende a produzir elevados PEE quando se verifica pelo menos uma das situações:

- Os prémios totais variam significativamente entre os diferentes anos de contrato;
- Os rácios de sinistros são elevados;
- Os rácios de sinistros variaram de forma relativamente substancial ao longo do período temporal a partir do qual os PEE foram calculados;
- A empresa tem sido prudente na alocação das reservas de sinistros, para cada ano de subscrição, no final do primeiro ano de desenvolvimento;
- Sobretudo nas pequenas empresas, um único ano de sinistros extremos pode provocar um grande efeito no valor do PEE.

Risco de Provisões

Considerando o M1 do risco de Provisões, o seu procedimento numérico é similar ao do M1 do risco de Prémios distinguindo-se pelos *inputs* utilizados.

O número de anos para os quais existe informação disponível é bastante reduzido ($T = 5$ anos), não sendo possível obter resultados conclusivos relativamente aos pressupostos. Todavia, serão seguidamente enunciados.

Na hipótese **M1.i** verifica-se, através do ajustamento de ambas as regressões (sem *intercept*), um p – *value* igual a 0,0029 para RC e de 0,0124 para IOD. Adicionalmente, tem-se um coeficiente de determinação ajustado, R^2_{ajust} , de 89% para RC e de 78% para IOD sendo os modelos são razoavelmente explicativos.

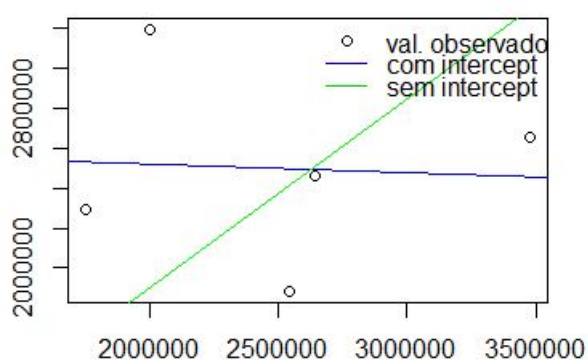


Figura 5.11: Valores observados e regressões lineares ajustadas com e sem *intercept* para Responsabilidade Civil

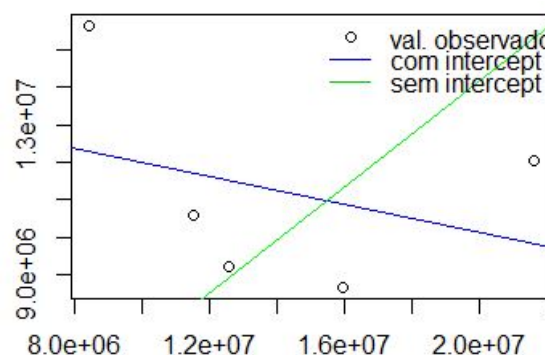


Figura 5.12: Valores observados e regressões lineares ajustadas com e sem *intercept* para Incêndio e Outros Danos

Quanto à Hipótese **M1.ii** obtém-se um p – *value* de 0,0364 para RC e de 0,0849 para IOD, bem como um R^2_{ajust} de 63% para RC e de 46% para IOD o que indica que o modelo é razoavelmente explicativo apenas para RC.

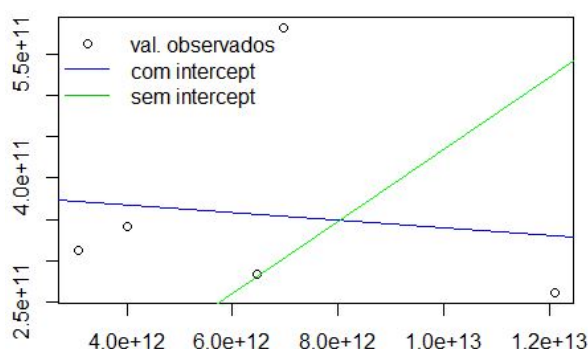


Figura 5.13: Valores observados e regressões ajustadas com e sem *intercept* para Responsabilidade Civil

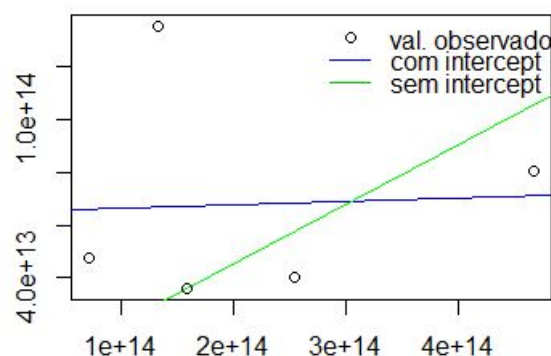


Figura 5.14: Valores observados e regressões ajustadas com e sem *intercept* para Incêndio e Outros Danos

Pelos histogramas e QQ-plot para cada LoB, a variável $\ln(Y)$ parece seguir uma distribuição Normal, comprovando-se com os resultados dos testes à normalidade.

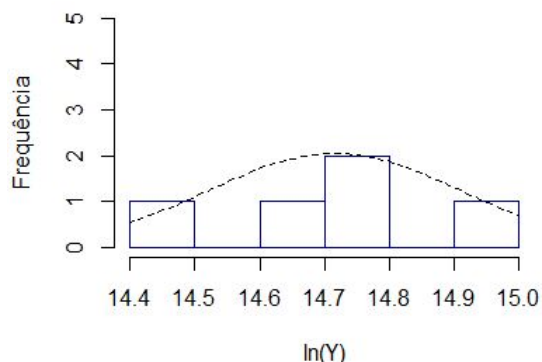


Figura 5.15: Histograma de $\ln(Y)$ para Responsabilidade Civil

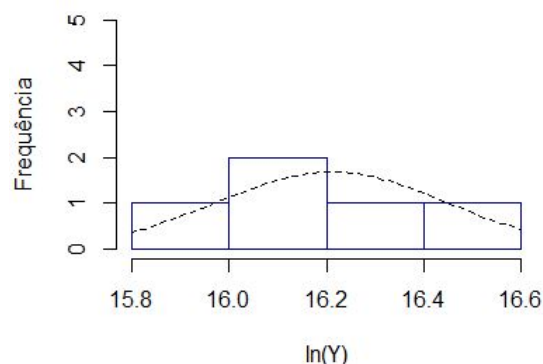


Figura 5.16: Histograma de $\ln(Y)$ para Incêndio e Outros Danos

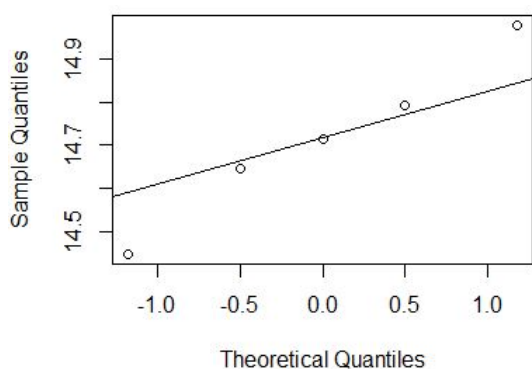


Figura 5.17: Normal QQ-Plot de $\ln(Y)$ para Responsabilidade Civil

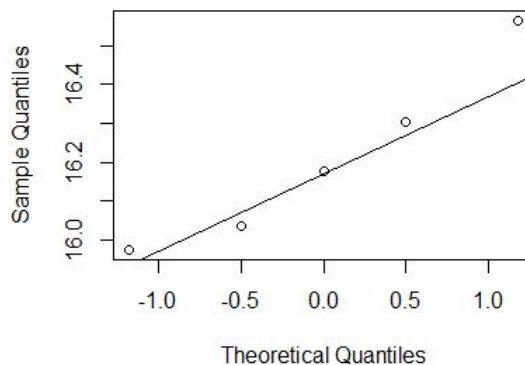


Figura 5.18: Normal QQ-Plot de $\ln(Y)$ para Incêndio e Outros Danos

	RC	IOD
Kolmogorov-Smirnov	0,997	0,992
Shapiro-Wilk	0,989	0,680
Cramer-Von Mises	0,998	0,982

Tabela 5.4: p -values dos Testes à normalidade a $\ln(Y)$ para as LoB Responsabilidade Civil e Incêndio e Outros Danos

Verificados os pressupostos do M1, é prudente a aplicação dos parâmetros específicos apenas do risco de Provisões para Responsabilidade Civil pois os seus pressupostos são verificados, contrariamente aos pressupostos para Incêndio e Outros Danos. Por conseguinte, tal como no Risco de Prémios manter-se-á, para Incêndio e Outros Danos, os parâmetros padrão estabelecidos pela EIOPA. Todavia, para efeitos ilustrativos serão novamente consideradas ambas as linhas de negócio para a realização do método em causa.

Calculados os estimadores $\hat{\delta} = 1$ e $\hat{\gamma} = -1.172$ para RC e $\hat{\delta} = 0$ e $\hat{\gamma} = -0,884$ para IOD e, considerando o fator de credibilidade de 34% para ambas as LoB obtém-se conclusões sobre $\hat{\sigma}(\delta, \hat{\gamma})$ idênticas às do M1 do risco de Prêmios.

RC	com	$\hat{\gamma} = -1.172$									
δ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\hat{\sigma}(\delta, \hat{\gamma})$	0,313	0,314	0,316	0,318	0,32	0,321	0,323	0,325	0,327	0,329	0,33
$\hat{\sigma}_{(res, PEE)}$	0,203	0,203	0,204	0,205	0,206	0,206	0,207	0,208	0,209	0,209	0,21

IOD	com	$\hat{\gamma} = -0.884$									
δ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\hat{\sigma}(\delta, \hat{\gamma})$	0,329	0,333	0,336	0,34	0,343	0,347	0,351	0,355	0,359	0,363	0,367
$\hat{\sigma}_{(res, PEE)}$	0,203	0,204	0,206	0,207	0,209	0,210	0,212	0,214	0,215	0,217	0,219

Tabela 5.5: $\hat{\sigma}(\delta, \hat{\gamma})$ e PEE para valores de $\delta \in [0, 1]$

O M1 para o risco de Provisões envolve essencialmente o triângulo de desenvolvimento das provisões baseando-se unicamente na informação da empresa.

Este método tende a produzir PEE elevados nos casos em que o triângulo de desenvolvimento atual é diferente ao do inicialmente esperado. Isto é, se a melhor estimativa no início do ano de exercício, X , é substancialmente distinta à soma da melhor estimativa no final do ano de exercício com os pagamentos efetuados durante esse ano relativamente a sinistros pendentes até à data, Y .

Aplicando o Método 2 do risco de Provisões, considera-se o triângulo de desenvolvimento da seguradora.

M2.i: Os montantes acumulados de pagamentos com sinistros para anos de ocorrência diferentes são mutuamente independentes estocasticamente

Segundo Mack(1993) [21], é necessário testar os efeitos dos anos de calendário/exercício, observáveis na diagonal do triângulo de desenvolvimento bem como nos fatores de desenvolvimento adjacentes. Assim, através da função `MackChainLadder()` pode-se verificar numa primeira análise que existe aleatoriedade dos dados.

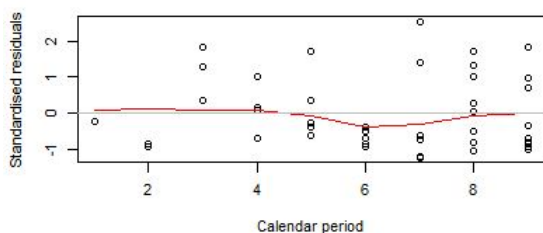


Figura 5.19: Resíduos vs anos de exercício para Responsabilidade Civil

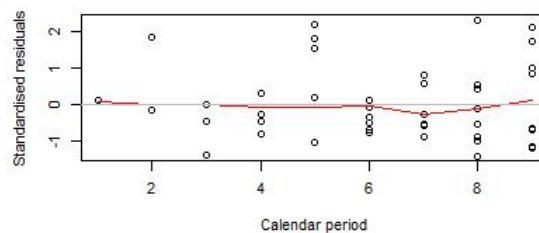


Figura 5.20: Resíduos vs anos de exercício para Incêndio e Outros Danos

Fazendo o teste aos efeitos dos anos de exercício (pag.162-168 de Mack(1993) [21]), ilustrado no Anexo I.9, tem-se que a estatística de teste para RC, $Z = 8$, pertence ao $IC_{99\%}$ bem como a estatística de teste para IOD, $Z = 9$, que pertence ao $IC_{97\%}$. Logo não se rejeita a hipótese de independência entre os anos de ocorrência ou, não se rejeita a hipótese de não haver efeitos nos anos de exercício.

M2.ii: Para o conjunto de anos de ocorrência, os montantes incrementais de pagamentos com sinistros são estocasticamente independentes

Esta hipótese implica testar a independência entre os anos de ocorrência e os anos de desenvolvimento a qual, através dos gráficos seguintes, parece não ser rejeitada.

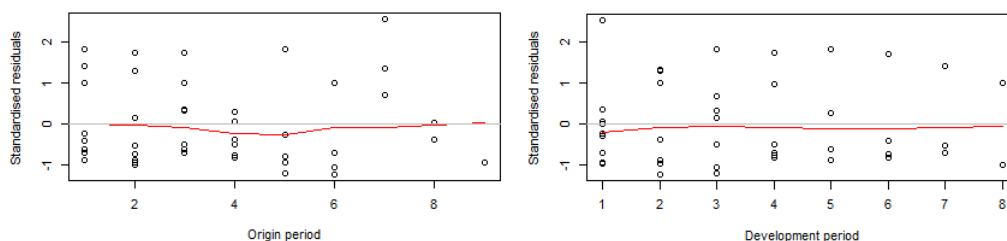


Figura 5.21: Resíduos vs anos de ocorrência e anos de desenvolvimento para Responsabilidade Civil

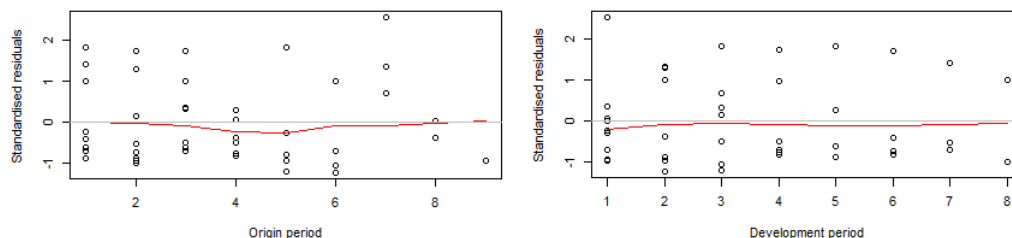


Figura 5.22: Resíduos vs anos de ocorrência e anos de desenvolvimento para Incêndio e Outros Danos

Fazendo o teste de *Spearman* (pag.155-161 de Mack(1993) [21]), ilustrado no Anexo I.10, tem-se que a estatística de teste para RC, $T = 0,106$, pertence a $IC_{95\%}$ e $IC_{50\%}$ bem como a estatística de teste para IOD, $T = 0,11$, que pertence a $IC_{95\%}$ e $IC_{50\%}$. Logo não se rejeita a hipótese de independência entre os anos de ocorrência ou, não se rejeita a hipótese de ausência de correlações entre os fatores de desenvolvimento individuais.

Para além disso, será testada a auto-correlação dos resíduos verificando-se que a mesma é nula para diferentes *lags*. Fazendo o teste *Ljung-Box*¹ à independência de uma dada série temporal pode-se comprovar, pelos *p-values* elevados, que tal é verificada.

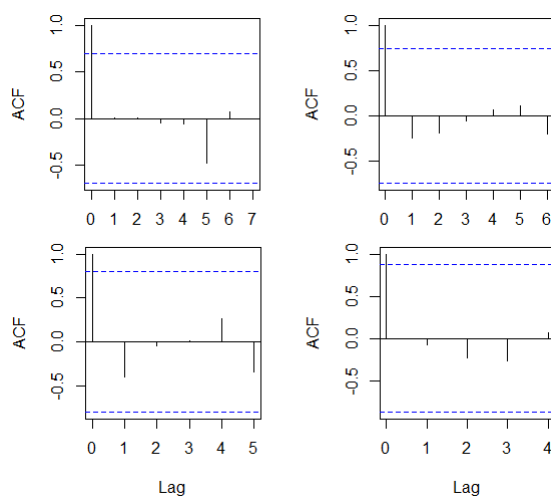


Figura 5.23: Autocorrelação dos resíduos para Responsabilidade Civil

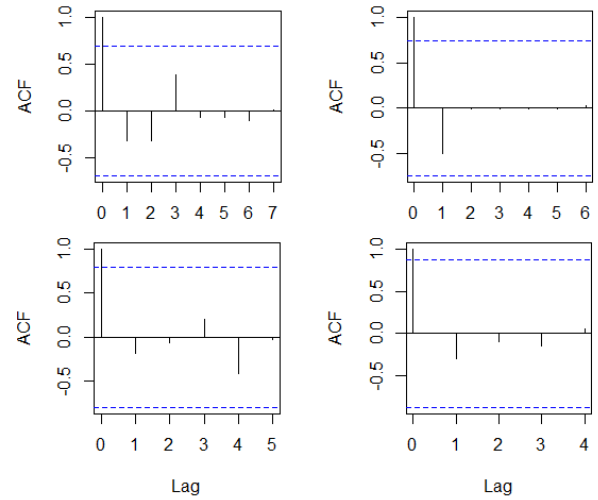


Figura 5.24: Autocorrelação dos resíduos para Incêndio e Outros Danos

Tal como proposto por Mack(1993) [21], as hipóteses seguintes serão testadas conjuntamente.

M2.iii: Para o conjunto de anos de ocorrência, o valor esperado do montante acumulado de pagamentos com sinistros para um ano de desenvolvimento é proporcional ao montante pago acumulado com sinistros para o ano de desenvolvimento anterior

M2.iv: Para o conjunto de anos de ocorrência, a variância do montante acumulado de pagamentos com sinistros para o ano de desenvolvimento é proporcional ao montante pago acumulado com sinistros para o ano de desenvolvimento anterior

¹A estatística de teste é tal que $Q(k) = N(N+2) \sum_{i=1}^k \frac{1}{N-i} \hat{\rho}_i^2$, onde N é a dimensão da amostra, $\hat{\rho}_i^2$ é a auto-correlação da amostra desfasada (com *lag*) de i períodos, e k é o número de *lags* a ser testados sob a hipótese nula de que Q segue distribuição $\chi^2(k)$.

Em primeiro lugar, analisando a linearidade entre os montantes pagos acumulados esperados tem-se que, através das regressões entre os montantes pagos acumulados observáveis e esperados para anos de desenvolvimento consecutivos, parece verificar-se a hipótese de ocorrência de proporcionalidade entre os anos de desenvolvimento.

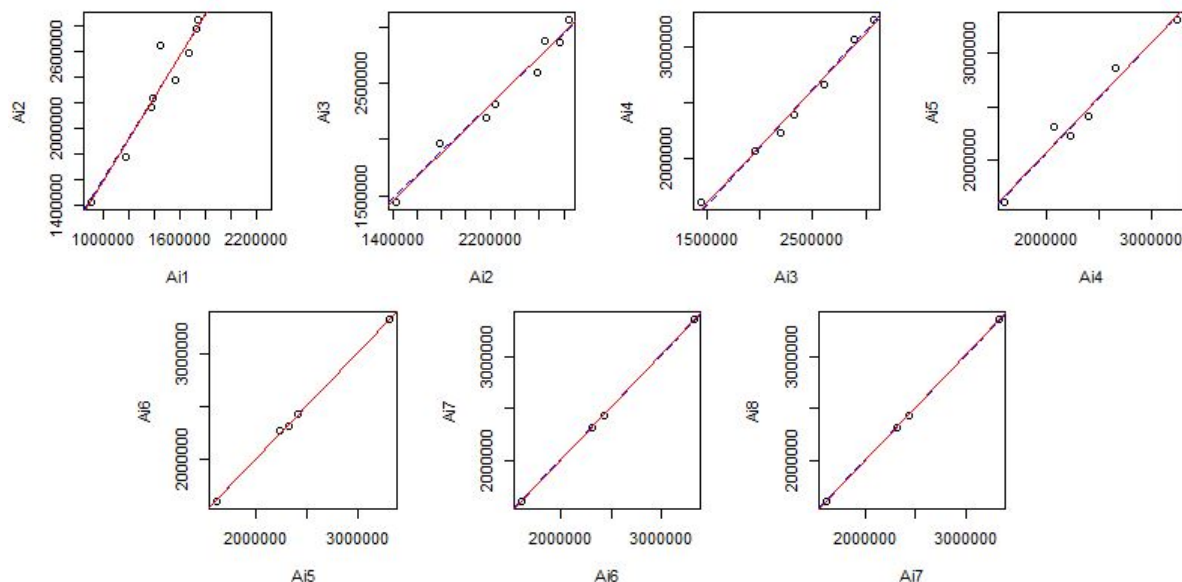


Figura 5.25: Regressão dos montantes pagos acumulados para Responsabilidade Civil

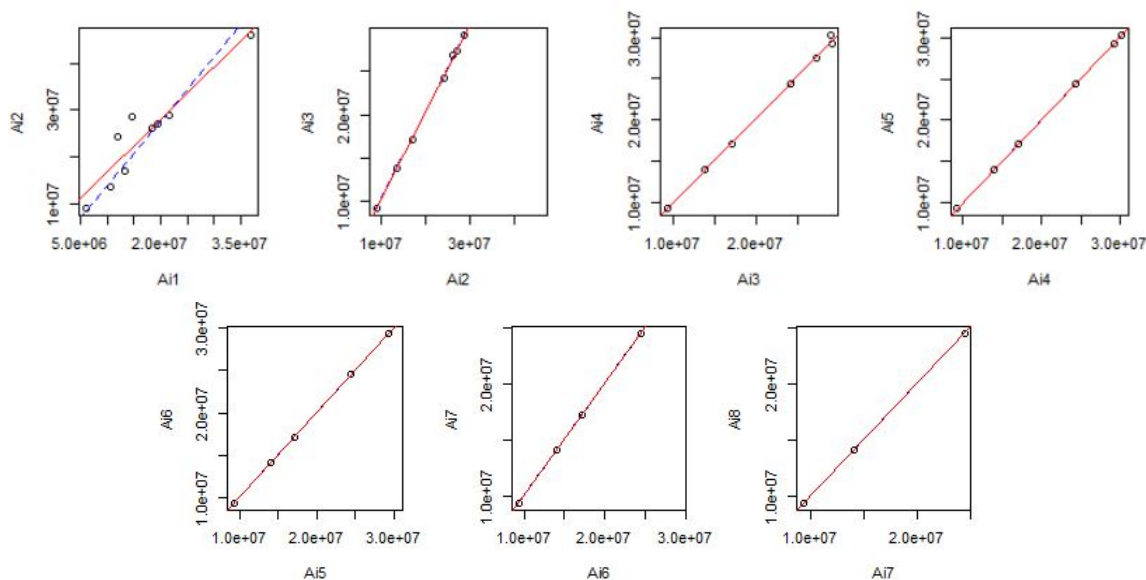


Figura 5.26: Regressão dos montantes pagos acumulados para Incêndio e Outros Danos

Seguidamente, fazendo a análise gráfica dos resíduos ponderados pode-se verificar que existe aleatoriedade nos resíduos em ambas as LoB, à exceção dos anos de desenvolvimento 4 e 5, para IOD, que apresentam uma certa tendência nos dados, rejeitando-se a hipótese de independência dos mesmos nesta LoB.

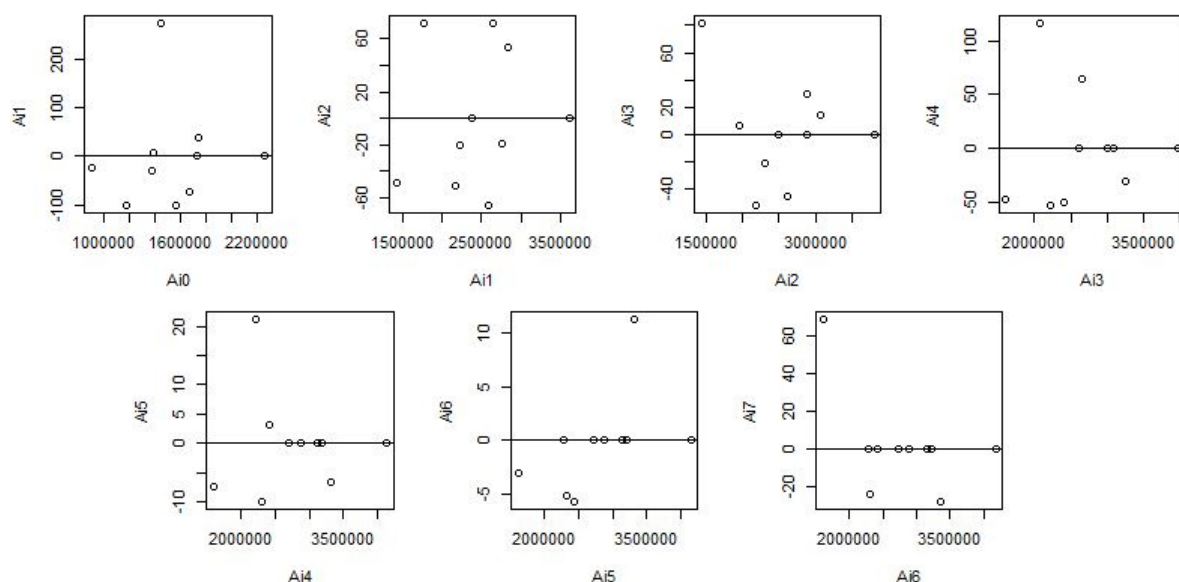


Figura 5.27: Resíduos ponderados para Responsabilidade Civil

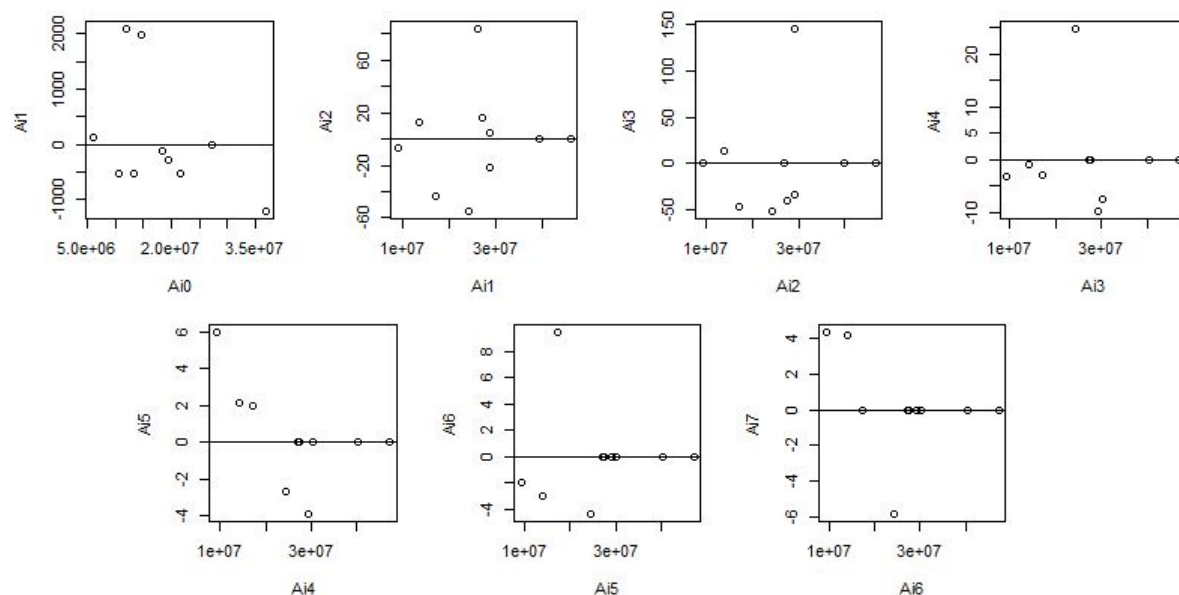


Figura 5.28: Resíduos ponderados para Incêndio e Outros Danos

Verificados os pressupostos anteriores do M2, é novamente aconselhável aplicar os parâmetros específicos do risco de Provisões para Responsabilidade Civil e manter os

parâmetros padrão do risco de Provisões para Incêndio e Outros Danos.

Em suma, a informação disponível para o Método 1 do risco de Provisões é de 5 anos sendo o fator de credibilidade para ambas as LoB de 34%. Adicionalmente, sendo o desvio-padrão definido pela EIOPA de 11% para RC e de 10% para IOD e, após determinado $\hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma})$ através de (4.2) obtém-se, pela (4.1), os resultados seguintes para o Método 1 do risco de provisões.

Relativamente ao Método 2 do risco de Provisões, sendo a informação disponível relativa a 10 anos, tem-se um fator de credibilidade de 100% para ambas as LoB. Determinada a raiz quadrada do erro quadrático médio de previsão dado por (4.21) e determinado o valor da provisão estimada pelo método Chain Ladder, tem-se os resultados seguintes.

VOLATILIDADE DO RISCO DE PROVISÕES				
	MÉTODO 1		MÉTODO 2	
LoB	RC	IOD	RC	IOD
Desvio-padrão da SF	11,0%	10,0%	11,0%	10,0%
Desvio-padrão do PEE	21,0%	20,3%	23,0%	44,7%
Var.(%)	10,0%	10,3%	12,0%	34,7%

Figura 5.29: Volatilidade do risco de Provisões para cada LoB segundo a fórmula padrão e PEE

Risco de Prémios e Provisões e Impacto no SCR

Verificados os pressupostos e efetuados os cálculos numéricos, aconselha-se à seguradora a utilização dos parâmetros específicos da empresa (PEE) pois é claramente notória a não adequabilidade dos parâmetros padrão ao perfil de risco da mesma.

Por conseguinte, evitando o risco de *cherry picking*, sugere-se a utilização dos PEE (ou USP) para recalibrar o parâmetro de volatilidade que modela o risco de Prémios e Provisões de RC, mantendo os riscos de Prémios e Provisões da fórmula padrão para IOD. Esta decisão será a mais cautelosa pois a verificação dos pressupostos de IOD não é tão notória como os de RC.

Quanto ao método a utilizar em RC, será mais prudente o M2 para o risco de Provisões não só por se verificar todos os pressupostos do mesmo, mas também porque este método recorre à informação histórica total da empresa o que, no caso de empresas com poucos anos de informação disponível, é o mais adequado.

Note-se que, na prática, a substituição dos parâmetros padrão pelos parâmetros específicos na fórmula padrão apenas seria possível após a aprovação da ASF.

Na tabela seguinte são apresentados os diferentes cenários possíveis no cálculo do SCR: cálculo segundo a fórmula padrão aplicando os parâmetros padrão do risco de Prémios e Provisões para ambas as linhas de negócio; cálculo segundo a fórmula padrão aplicando os parâmetros padrão do risco de Prémios e Provisões para Incêndio e Outros Danos e aplicando os parâmetros específicos da empresa (PEE) do risco de Prémios e/ou do risco de Provisões para Responsabilidade Civil.

Desta forma, é possível verificar que uma diminuição do valor do PEE tanto do risco de Prémios como do risco do Provisões, implica uma diminuição no valor do SCR sendo o contrário igualmente verificado. Tal como anteriormente referido, é aconselhável aplicar os PEE do risco de Prémios e Provisões para Responsabilidade Civil sendo a respetiva análise combinada igualmente relevante. Desta forma, tem-se que, tanto no Método 1 como no Método 2 do risco de Provisões o valor do SCR é reduzido.

Fórmula-padrão com parâmetros padrão (SF)				Fórmula-padrão com PEE do Risco de Prémios para RC segundo o M1				Fórmula-padrão com PEE do Risco de Provisões segundo o M1			
SCR NL prem_res		9.036.300		SCR NL prem_res		6.717.167		SCR NL prem_res		9.331.737	
σ NL prem,res		1,329%		σ NL prem,res		0,988%		σ NL prem,res		1,372%	
V NL prem,res		226.712.530		V NL prem,res		226.712.530		V NL prem,res		226.712.530	
SF: Prémios e Provisões RC		SF: Prémios e Provisões IOD		PEE: Prémios - M1 RC		SF: Prémios e Provisões IOD		PEE: Provisões - M1 RC		SF: Prémios e Provisões IOD	
Corr 8,7	25%	Corr 8,7	25%	Corr 8,7	25%	Corr 8,7	25%	Corr 8,7	25%	Corr 8,7	25%
σ res,8	11,00%	σ res,7	10,00%	σ res,8	11,00%	σ res,7	10,00%	σ res,8	21,02%	σ res,7	10,00%
σ prem,8	11,20%	σ prem,7	6,40%	σ prem,8	5,79%	σ prem,7	6,40%	σ prem,8	11,20%	σ prem,7	6,40%
DIV	100%	DIV	100%	DIV	100%	DIV	100%	DIV	100%	DIV	100%
σ 8	10,61%	σ 7	6,33%	σ 8	5,86%	σ 7	6,33%	σ 8	11,31%	σ 7	6,33%
V 8	27.084.319	V 7	199.628.211	V 8	27.084.319	V 7	199.628.211	V 8	27.084.319	V 7	199.628.211
V res,8	3.078.026	V res,7	15.289.245	V res,8	3.078.026	V res,7	15.289.245	V res,8	3.078.026	V res,7	15.289.245
V prem,8	24.006.292	V prem,7	184.338.967	V prem,8	24.006.292	V prem,7	184.338.967	V prem,8	24.006.292	V prem,7	184.338.967

Fórmula-padrão com PEE do Risco de Prémios e Provisões segundo o M1				Fórmula-padrão com PEE do Risco de Provisões segundo o M2				Fórmula-padrão com PEE do Risco de Prémios e Provisões segundo o M2			
SCR NL prem_res		7.159.959		SCR NL prem_res		9.393.567		SCR NL prem_res		7.252.063	
σ NL prem,res		1,053%		σ NL prem,res		1,381%		σ NL prem,res		1,066%	
V NL prem,res		226.712.530		V NL prem,res		226.712.530		V NL prem,res		226.712.530	
PEE: Prémios e Provisões M1 - RC		SF: Prémios e Provisões IOD		PEE: Provisões - M2 RC		SF: Prémios e Provisões IOD		PEE: Prémios e Provisões M2 - RC		SF: Prémios e Provisões IOD	
Corr 8,7	25%	Corr 8,7	25%	Corr 8,7	25%	Corr 8,7	25%	Corr 8,7	25%	Corr 8,7	25%
σ res,8	21,02%	σ res,7	10,00%	σ res,8	23,04%	σ res,7	10,00%	σ res,8	23,04%	σ res,7	10,00%
σ prem,8	5,79%	σ prem,7	6,40%	σ prem,8	11,20%	σ prem,7	6,40%	σ prem,8	5,79%	σ prem,7	6,40%
DIV	100%	DIV	100%	DIV	100%	DIV	100%	DIV	100%	DIV	100%
σ 8	6,66%	σ 7	6,33%	σ 8	11,46%	σ 7	6,33%	σ 8	6,83%	σ 7	6,33%
V 8	27.084.319	V 7	199.628.211	V 8	27.084.319	V 7	199.628.211	V 8	27.084.319	V 7	199.628.211
V res,8	3.078.026	V res,7	15.289.245	V res,8	3.078.026	V res,7	15.289.245	V res,8	3.078.026	V res,7	15.289.245
V prem,8	24.006.292	V prem,7	184.338.967	V prem,8	24.006.292	V prem,7	184.338.967	V prem,8	24.006.292	V prem,7	184.338.967

Figura 5.30: Requisito de Capital de Solvência, Desvio-padrão combinado e Medida de volume do Risco de Prémios e Provisões pela Fórmula padrão com parâmetros padrão (SF) e com parâmetros específicos (PEE) para Prémios e/ou Provisões segundo o M1 e M2

Sabendo os desvios-padrão específicos do risco de Prémios e Provisões para RC e considerando inalterados os de IOD, obtém-se o desvio-padrão para cada LoB através da equação (3.6).

Uma vez determinados, obtém-se através da expressão (3.8) o desvio-padrão combinado para seguros Não-Vida.

Desvio padrão NL prem_res	
Fórmula padrão	1,329%
Fórmula padrão com PEE (M2)	1,066%
Var.(%)	-0,262%

Figura 5.31: Tabela resumo dos desvios-padrão para o risco de Prémios e Provisões de seguros Não-Vida pela fórmula-padrão e PEE

Por conseguinte, substituindo na expressão (3.2) tem-se que valor do requisito do capital de Solvência é reduzido em -1.784.237 euros.

SCR NL prem_res	
Fórmula padrão	9.036.300
Fórmula padrão com PEE (M2)	7.252.063
Var.	-1.784.237

Figura 5.32: Requisito de Capital de Solvência para o risco de Prémios e Provisões de seguros Não-Vida pela fórmula-padrão e PEE

Estudo adicional ao Método 1 do Risco de Provisões

Como estudo adicional do Método 1 do Risco de Provisões, considerou-se outra seguradora Não-Vida caracterizada por uma carteira pequena de seguro Automóvel. Sabe-se que, em 2013, a mesma registou um comportamento atípico nos montantes pagos acumulados.

O estudo seguinte é interessante uma vez que a Seguradora, agora em causa, tem maior informação histórica comparativamente à Seguradora considerada até então. Os seus *inputs* são apresentados na tabela que se segue sendo a informação histórica relativa a $T = 9$ anos o que implica um fator de credibilidade de 92%.

t	$Y_{Auto,t}$	$X_{Auto,t}$
2008	251.059.637	669.475.529
2009	356.119.163	528.849.507
2010	429.280.740	727.265.074
2011	481.251.227	675.834.727
2012	523.543.744	715.122.078
2013	414.075.031	763.857.855
2014	773.847.899	726.532.043
2015	626.050.064	776.669.225
2016	464.844.212	636.162.806

Tabela 5.6: *Inputs* do Risco de Provisões, por ano t , $t = 1, \dots, 9$, para a LoB Automóvel - Responsabilidade Civil

Relativamente à hipótese **M1.i**, pode-se verificar uma certa proporcionalidade entre $E(Y)$ e X através da regressão linear simples com e sem *intercept*. Através do ajustamento da regressão, tem-se um coeficiente de determinação ajustado, R^2_{ajust} , de 93% para Automóvel - Responsabilidade Civil o que revela que o modelo é bem explicativo.

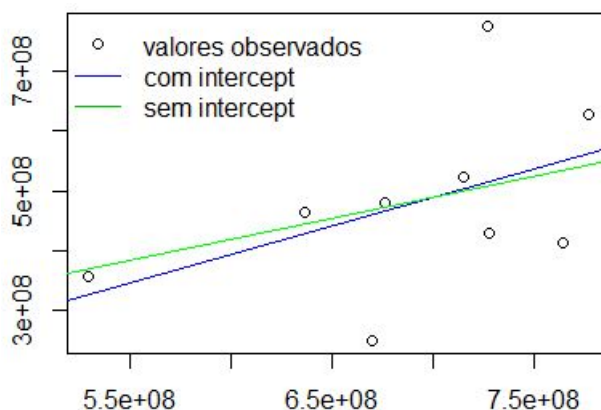


Figura 5.33: Valores observados e regressões lineares ajudadas com e sem *intercept* para Automóvel - Responsabilidade Civil

Testando a Hipótese **M1.ii**, conclui-se pela análise à regressão (4.8) sem *intercept* que a variável X^2 é razoavelmente significativa para $\widehat{Var}(Y)$. Adicionalmente, o modelo é razoavelmente explicativo tendo um R^2_{ajust} de 66%.

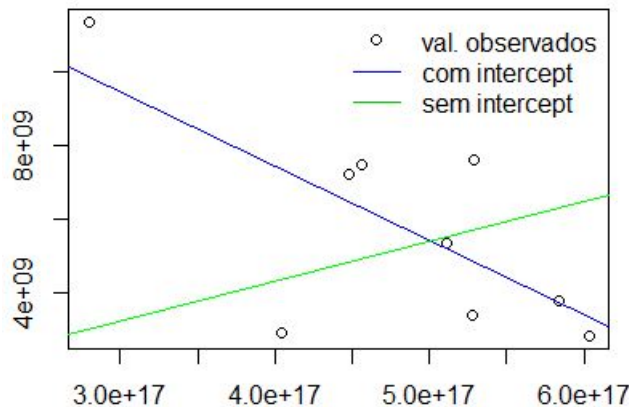


Figura 5.34: Valores observados e regressões ajustadas com e sem *intercept* para Automóvel - Responsabilidade Civil

Numa primeira análise à hipótese **M1.iii**, $\ln(Y)$ parece seguir uma distribuição Normal. Aplicando os testes à normalidade verificam-se p – *values* elevados não se rejeitando a Hipótese Nula (H_0). Deste modo a variável $\ln(Y)$ segue uma distribuição Normal verificando-se igualmente a hipótese **M1.iv**.

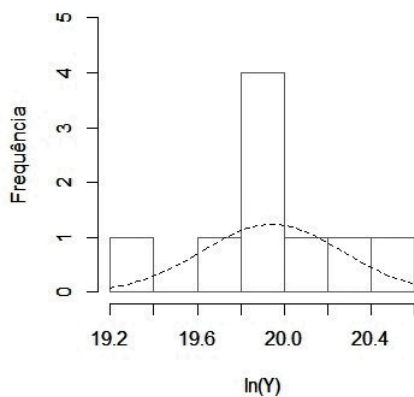


Figura 5.35: Histograma de $\ln(Y)$ para Automóvel - Responsabilidade Civil

Automóvel RC	
Kolmogorov-Smirnov	0,964
Shapiro-Wilk	0,961
Cramer-Von Mises	0,983

Figura 5.36: p -*values* dos Testes à normalidade a $\ln(Y)$ para Automóvel - Responsabilidade Civil

Testados os pressupostos anteriores do Método 1 do risco de Provisões, pode-se afirmar que todos são claramente verificados à exceção do **M1.ii** uma vez que os resultados são um pouco inconclusivos.

Sendo $T = 9$ anos, então o fator de credibilidade c é de 92%, tal como referido anteriormente. Aplicando a mesma metodologia do M1, tem-se os estimadores $\hat{\delta} = 1$ e $\hat{\gamma} = -1,283$, o desvio-padrão dado por (4.2) e, sabendo que o desvio-padrão do risco de Provisões para o seguro Automóvel-Responsabilidade Civil, estabelecido pela EIOPA, é de 9%, então obtém-se o desvio-padrão específico da empresa dado pela equação (4.1).

O ano 2013 regista um comportamento atípico nos montantes efetuados durante esse ano relativamente aos sinistros que estavam pendentes no início de 2013. Por conseguinte, procedeu-se à mesma metodologia aplicando um ajustamento à informação de 2013. Note-se que, para efeitos de aprovação da ASF, os dados utilizados no cálculo dos parâmetros específicos da empresa só são considerados completos, exatos e adequados se a seguradora cumprir os critérios estabelecidos no artigo 219º do RD, tais como a documentação minuciosa dos processos de produção dos dados.

Posto isto, obtiveram-se os estimadores $\hat{\delta} = 1$ e $\hat{\gamma} = -1,322$.

Seguidamente apresenta-se uma tabela resumo com os valores dos desvios-padrão obtidos pelo M1 com e sem ajustamento nos dados.

VOLATILIDADE DO RISCO DE PROVISÕES			
MÉTODO 1 (sem ajustamento)		MÉTODO 1 (com ajustamento)	
Desvio padrão SF	9,00%	Desvio padrão SF	9,00%
Desvio padrão PEE	20,47%	Desvio padrão PEE	20,27%
Var (%)	-11,47%	Var (%)	-11,27%

Figura 5.37: Volatilidade do risco de Provisões para Automóvel - Responsabilidade Civil, sem e com ajustamento, segundo a fórmula padrão e PEE

Em suma, a ambiguidade do pressuposto **M1.ii** é resolvida após a estimação de δ que, tanto com ou sem ajustamento nos dados de 2013, apresenta o valor de 1 o que significa que a variância de Y é quadrática em relação a X . Deste modo, uma vez verificados **M1.ii** e os restantes pressupostos, pode-se concluir que é adequado aplicar o Método 1 do risco de Provisões.

CONCLUSÃO

O estágio no Departamento de FSO Advisory Risk & Actuarial Services na Ernst & Young permitiu não só aprofundar os conhecimentos introduzidos no Mestrado, mas também proporcionou uma contextualização da realidade atual do mercado segurador português.

Desde Janeiro de 2016, as seguradoras e resseguradoras têm estado em constante adaptação às reformulações do sistema em vigor - o Solvência II - sendo obrigadas a implementar as novas regulamentações do sector segurador europeu e cumprir os requisitos de capital - Requisito de Capital de Solvência e Requisito de Capital Mínimo. Consequentemente, têm vindo a desenvolver ferramentas de cálculo atuarial, cada vez mais automatizadas, segundo os princípios do Solvência II.

Relativamente ao cálculo dos requisitos de capital, a maioria das (re)seguradoras aplicam a Fórmula padrão cujos parâmetros resultam de calibrações efetuadas segundo a informação do mercado segurador europeu. Por conseguinte, estes parâmetros padrão são idênticos para todas as empresas que utilizem a fórmula padrão no cálculo do SCR, podendo não se adequar ao perfil de risco de uma empresa de seguros em particular.

Em sequência, o objetivo fulcral do presente trabalho residuiu na recalibração dos parâmetros específicos (PEE) do Risco de Prémio e Provisões, a substituir na Fórmula padrão, de uma Seguradora Não-Vida. Pretendeu-se verificar a adequabilidade dos parâmetros estabelecidos pela EIOPA e dos PEE bem como a sua influência no Requisito de Capital de Solvência da (re)seguradora.

Segundo o QIS5, EIOPA(2010) [7] e, tal como se constata nos resultados do presente estudo, os PEE permitem, normalmente, reduzir o SCR comparando com a Fórmula padrão, representar mais adequadamente o perfil de risco da empresa específica, reduzir as despesas de implementação dos PEE comparando com o modelo parcial e modelo interno e, que a calibração seja feita com base em informação bruta ou líquida dando maior

flexibilidade em questões de resseguro.

Deste modo, foi desenvolvida uma ferramenta em *Excel*, com apoio ao *software R* no âmbito dos processos de otimização e verificação dos pressupostos implícitos dos métodos a aplicar, para comparar os Parâmetros Específicos da Seguradora (PEE) com os Parâmetros padrão. Esta ferramenta fornece os cenários possíveis a aplicar no cálculo do SCR: cálculo aplicando os parâmetros padrão na Fórmula-padrão caso nenhum dos pressupostos se verifique não sendo possível aplicar os métodos disponíveis; cálculo aplicando os PEE calculados com base no Método 1; cálculo aplicando os PEE calculados com base no Método 2 sendo que nos últimos dois pontos, é necessária uma análise atuarial para uma decisão mais prudente relativamente ao método a utilizar.

Seria interessante que a análise aos Parâmetros Específicos da Empresa fosse mais desenvolvida no sector segurador português uma vez que permitem refletir, mais adequadamente, o perfil das (re)seguradoras em particular. Apostar nesta abordagem poderia contribuir para a redução do desvio aos pressupostos subjacentes ao cálculo do Requisito de Capital de Solvência (SCR) prevenindo-se dos riscos que se encontram expostas e protegendo os seus segurados.

Como proposta a desenvolvimentos futuros, seria interessante estender o presente estudo a outras linhas de negócio do Ramo Não-Vida e Doença NSTV. Adicionalmente, seria interessante determinar o fator de ajustamento específico da empresa, relativamente ao resseguro não proporcional, a aplicar nos PEE calculados segundo dados brutos.

Considerando uma Seguradora que comercializa seguros de Vida e Doença STV, poder-se-ia estender a análise aos choques no SCR do Risco de Revisão.

BIBLIOGRAFIA

- [1] ASF. *Enquadramento: Solvência II*. URL: <http://www.asf.com.pt/NR/exeres/31CD8A19-97E5-4458-84C0-966852E0F403.htm>.
- [2] ASF. *Análise de Riscos do Setor Segurador e dos Fundos de Pensões*. 2017. URL: http://www.asf.com.pt/NR/rdonlyres/80C073E0-9FB8-4C61-B7DB-9BEBA5B79692/0/ARSSFP_Maio2017.pdf.
- [3] E. Assistance. *Relatório sobre a Solvência e a Situação Financeira*. 2017. URL: <http://www.europ-assistance.pt/sites/default/files/wwweuropassistancept/eaf-download-doc/pdf/eaportugalsfcrye2016.pdf>.
- [4] *Diretiva 2009/138/CE do Parlamento Europeu e do Conselho, de 25 de Novembro de 2009, relativa ao acesso à atividade de seguros e resseguros e ao seu exercício (Solvência II)*. URL: <http://www.asf.com.pt/winlib/cgi/winlibimg.exe?key=&doc=18726&img=3159>.
- [5] *Diretiva 2013/58/UE do Parlamento Europeu e do Conselho de 11 de dezembro de 2013 que altera a Diretiva 2009/138/CE (Solvência II) no que respeita às suas datas de transposição e de aplicação e à data de revogação de certas diretivas (Solvência I)*. URL: <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/PT/TXT/PDF/?uri=CELEX:32013L0058&from=PT>.
- [6] K. Ehrlich Schwindt. *Calculation of risk capital using “undertaking-specific parameters” under Solvency II Are there alternatives to an internal model?* 2012.
- [7] EIOPA. *QIS5 Technical Specifications*. 2010. URL: https://eiopa.europa.eu/Publications/QIS/QIS5-technical_specifications_20100706.pdf.
- [8] EIOPA. *Report of the Joint Working Group on Non-Life and Health NSLT Calibration, Calibration of the Premium and Reserve Risk Factors in the Standard Formula of Solvency II*. 2011.
- [9] EIOPA. *Orientações sobre parâmetros específicos da empresa*. 2014. URL: https://eiopa.europa.eu/Publications/Guidelines/USP_Final_document_PT.pdf.
- [10] EIOPA. *The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital Requirement calculation*. 2014. URL: https://eiopa.europa.eu/Publications/Standards/EIOPA-14-322_Underlying_Assumptions.pdf.

- [11] EIOPA. *Understanding the Solvency II Balance Sheet*. 2015. URL: <https://eiopa.europa.eu/Publications/Speeches%20and%20presentations/Presentation%201%20SII%20Balance%20Sheet.pdf>.
- [12] M. Felice. *On the Estimation of the Undertaking-Specific Parameters and the Related Hypothesis Testing*. 2016.
- [13] *Lei n.º 147/2015 de 9 de setembro*.
- [14] W. M. Merz M. *Modelling claims development result for solvency purposes*. 2008.
- [15] V. M. R Cerchiara. *Undertaking Specific Parameters or a Partial Internal Model under Solvency 2?*
- [16] *Regulamento de Execução (UE) 2015/498 da Comissão de 24 de março de 2015 que estabelece normas técnicas de execução no que se refere ao procedimento de aprovação pela autoridade de supervisão da utilização de parâmetros específicos da empresa nos termos da Diretiva 2009/138/CE do Parlamento Europeu e do Conselho*. URL: <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/PT/TXT/PDF/?uri=CELEX:32015R0498&from=PT>.
- [17] *Regulamento Delegado (UE) 2015/35 da Comissão de 10 de outubro de 2014 que completa a Diretiva 2009/138/CE do Parlamento Europeu e do Conselho relativa ao acesso à atividade de seguros e resseguros e ao seu exercício (Solvência II)*.
- [18] V. D. Rocco Cerchiara. *Undertaking specific parameters under solvency II: reduction of capital requirement or not?*. 2016.
- [19] F. Siegenthaler. *Closed form formula for undertaking specific parameters calculation under Solvency II*. 2017.
- [20] C. G. e Sofia Frederico. *Desenho da Fórmula Padrão*. URL: <http://www.asf.com.pt/winlib/cgi/winlibimg.exe?key=&doc=19276&img=3357>.
- [21] M. R. Thomas Mack. *Measuring the variability of Chain Ladder reserve estimates*. 1993.

Anexo I.1: Estrutura modular do Requisito de Capital de Solvência

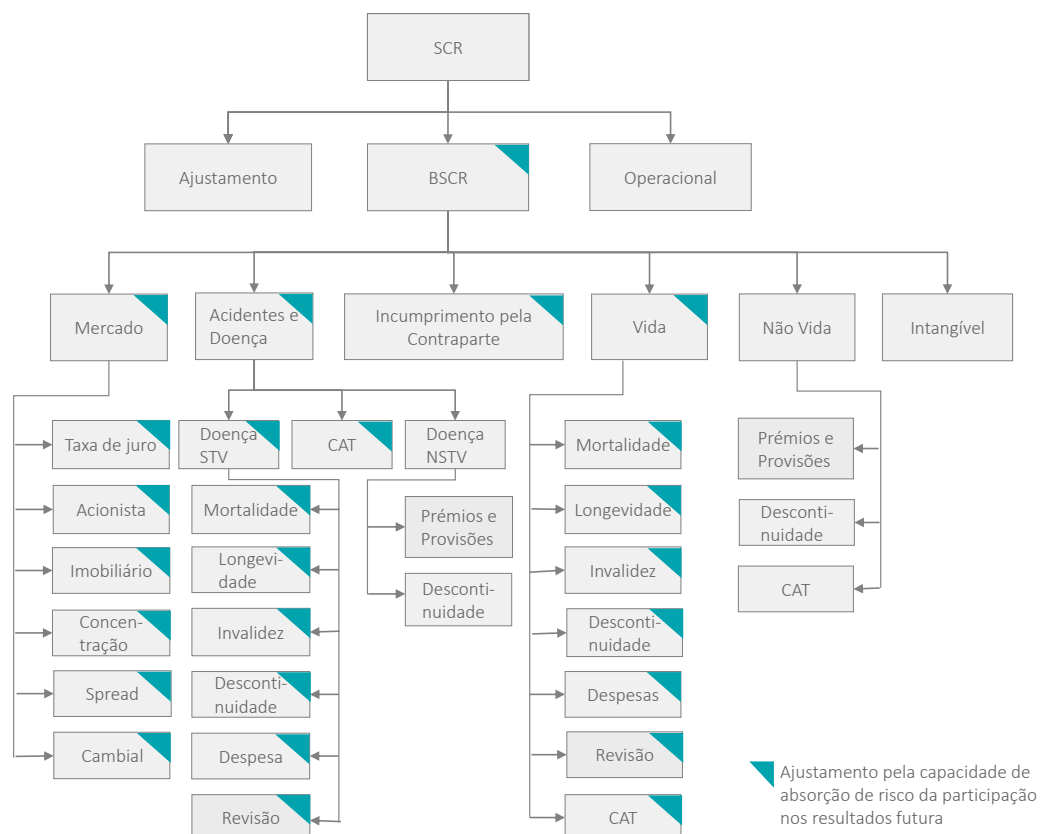


Figura I.1: Estrutura modular do Requisito de Capital de Solvência (Adaptado de EI-OPA(2014) [10])

Anexo I.2: Matriz de correlação entre os módulos de risco do Basic SCR

J i	Mercado	Incumprimento Contraparte	Vida	Acidentes e Doença	Não Vida
Mercado	1	0,25	0,25	0,25	0,25
Incumprimento Contraparte	0,25	1	0,25	0,25	0,5
Vida	0,25	0,25	1	0,25	0
Acidentes e Doença	0,25	0,25	0,25	1	0
Não Vida	0,25	0,5	0	0	1

Figura I.2: Matriz de correlação entre os módulos de risco do BSCR, $Corr_{i,j}$ (Adaptado do Anexo IV da Diretiva SII)

Anexo I.3: Matriz de correlação dos módulos de Risco Não-Vida

J i	Risco de Prémios e Provisões	Risco Catastrófico	Risco de Descontinuidade
Risco de Prémios e Provisões	1	0,25	0
Risco Catastrófico	0,25	1	0
Risco de Descontinuidade	0	0	1

Figura I.3: Matriz de correlação, $CorrNL_{i,j}$ (Adaptado segundo o artigo 114º do RD)

Anexo I.4: Desvios-padrão para o submódulo do risco de prémios e provisões de seguros Não-Vida

nº	<i>Linhas de negócio</i>	Desvio-padrão do risco de prémios bruto da LoB	Desvio-padrão do risco de provisões da LoB
4	Automóvel — responsabilidade civil	10 %	9 %
5	Automóvel — outros ramos	8 %	8 %
6	Marítimo, aéreo e de transportes	15 %	11 %
7	Incêndio e outros danos patrimoniais	8 %	10 %
8	Responsabilidade civil geral	14 %	11 %
9	Crédito e caução	12 %	19 %
10	Proteção jurídica	7 %	12 %
11	Assistência	9 %	20 %
12	Perdas financeiras diversas	13 %	20 %

Figura I.4: Desvios-padrão para o submódulo do risco de prémios e provisões de seguros Não-Vida (Adaptado ao Anexo II do RD)

Anexo I.5: Matriz de correlação do risco de prémios e de provisões de seguros Não-Vida

t_s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	0,5	0,5	0,25	0,5	0,25	0,5	0,25	0,5	0,25	0,25	0,25
2	0,5	1	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25
3	0,5	0,25	1	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,5	0,25
4	0,25	0,25	0,25	1	0,25	0,25	0,3	0,5	0,5	0,25	0,5	0,5
5	0,5	0,25	0,25	0,25	1	0,5	0,5	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25
6	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	1	0,5	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25
7	0,5	0,5	0,25	0,25	0,5	0,5	1	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25
8	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	1	0,5	0,25	0,25	0,5
9	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	0,25	0,5	0,25
10	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	1	0,25	0,25
11	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	1	0,25
12	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	0,25	1

Figura I.5: Matriz de correlação do risco de prémio e de provisões, $Corr_{NL,prem,res,LoB}$ (Adaptado ao Anexo IV do RD)

Anexo I.6: Fator de Credibilidade para os segmentos 2 a 4 e 7 a 12

Horizonte temporal (anos)	5	6	7	8	9	≥ 10
Fator de credibilidade (c)	34%	51%	67%	81%	92%	100%

Figura I.6: Fator de Credibilidade aplicado nos PEE (Adaptado à Secção G do Anexo XVII do RD)

O horizonte temporal deve corresponder ao seguinte:

- (a) Para o método do risco de prémios, o número de anos de ocorrência para o qual existem dados disponíveis;
- (b) Para o método 1 do risco de provisões, o número de anos de exercício para o qual existem dados disponíveis;
- (c) Para o método 2 do risco de provisões, o número de anos de ocorrência para o qual existem dados disponíveis;

Anexo I.7: Fator de Diversificação Geográfica para o risco de prémios e provisões (Adaptado ao Anexo III do RD)

Para todos os segmentos previstos nos anexos II e XIV do RD, o fator de diversificação geográfica de um segmento concreto s é calculado de acordo com a seguinte fórmula,

$$DIV_s = \frac{\sum_r (V_{prem,r,s} + V_{res,r,s})^2}{\left(\sum_r (V_{prem,r,s} + V_{res,r,s})^2 \right)}$$

em que,

- Cada uma das somas cobre todas as regiões geográficas definidas no nº 8;
- $V_{prem,r,s}$ representa a medida de volume para o risco de prémios do segmento s e da região r ;
- $V_{res,r,s}$ representa a medida de volume para o risco de provisões do segmento s e da região r .

O fator da diversificação geográfica é igual a 1 para os segmentos 6, 10, 11 e 12, previstos no Anexo II, e para o segmento 4, estabelecido no Anexo XIV.

O fator de diversificação geográfica para um segmento previsto no Anexo II é igual a 1 se as empresas de seguros e de resseguros utilizarem parâmetros específicos da empresa para o desvio-padrão do risco de prémios ou de provisões de seguros Não-Vida do segmento para calcular o submódulo do risco de prémios e de provisões de seguros Não-Vida.

Anexo I.8: Inputs para o Método 1 do Risco de Prémios e de Provisões estabelecido no RD

Inputs para o Risco de Prémios

	0	1	2	...	J
0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	$C_{0,2}$...	$C_{0,J}$
1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$...	$\hat{C}_{1,J}$
2	$C_{2,0}$	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$...	$\hat{C}_{2,J}$
...
I	$C_{I,0}$	$\hat{C}_{I,1}$	$\hat{C}_{I,2}$...	$\hat{C}_{I,J}$

Figura I.7: Perdas agregadas

t	$Y_{RC,t}$	$X_{RC,t}$	$Y_{IOD,t}$	$X_{IOD,t}$
2007	1.724.581	5.042.223	9.360.460	73.192.256
2008	2.313.760	6.129.164	24.462.528	71.870.086
2009	3.352.448	7.464.230	14.132.607	72.432.381
2010	2.470.328	8.147.468	17.260.247	79.067.198
2011	2.319.248	9.169.547	29.340.973	78.381.580
2012	2.941.693	9.880.019	30.315.913	79.183.657
2013	3.276.604	10.632.218	27.617.095	85.029.090
2014	3.206.867	11.046.664	27.241.520	87.228.864
2015	2.780.168	11.454.913	47.260.368	90.326.903
2016	4.234.273	12.551.379	40.454.737	94.012.064

Tabela I.1: *Inputs* do Risco de Prémios, por ano t , $t = 1, \dots, 10$, para as LoB Responsabilidade Civil e Incêndio e Outros Danos

Inputs para o Risco de Provisões

	0	1	2	...	J
0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	$C_{0,2}$...	$C_{0,J}$
1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$...	$\hat{C}_{1,J}$
2	$C_{2,0}$	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$...	$\hat{C}_{2,J}$
...
$l-1$	$C_{l-1,0}$	$\hat{C}_{l-1,1}$	$\hat{C}_{l-1,2}$...	$\hat{C}_{l-1,J}$
l	$C_{l,0}$	$\hat{C}_{l,1}$	$\hat{C}_{l,2}$...	$\hat{C}_{l,J}$

Figura I.8: Pagamentos efetuados durante o ano de exercício relativamente a sinistros pendentes no início desse ano + Melhor estimativa da provisão para sinistros no final do ano de exercício para os sinistros pendentes no início desse ano

	0	1	2	...	J-1
0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	$C_{0,2}$...	$C_{0,J-1}$
1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$...	$\hat{C}_{1,J-1}$
2	$C_{2,0}$	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$...	$\hat{C}_{2,J-1}$
...
$l-1$	$C_{l-1,0}$	$\hat{C}_{l-1,1}$	$\hat{C}_{l-1,2}$...	$\hat{C}_{l-1,J-1}$

Figura I.9: Melhor estimativa da provisão para sinistros no início do ano de exercício

t	$Y_{RC,t}$	$X_{RC,t}$	$Y_{IOD,t}$	$X_{IOD,t}$
2012	2.295.807	1.753.581	15.648.446	8.461.171
2013	1.881.968	2.540.981	8.651.349	15.928.862
2014	3.197.808	2.003.034	9.193.325	12.565.650
2015	2.652.657	3.477.454	10.589.971	11.527.403
2016	2.460.220	2.640.519	12.046.971	21.601.531

Tabela I.2: Inputs do Risco de Provisões, por ano t , $t = 1, \dots, 5$, para as LoB Responsabilidade Civil e Incêndio e Outros Danos

Anexo I.9: Teste aos efeitos dos anos de exercício

Seguidamente serão apresentados os procedimentos do presente teste considerando a LoB Responsabilidade Civil sendo estes idênticos para Incêndio e Outros Danos.

De forma a confirmar que as variáveis $(C_{i,0}, \dots, C_{i,I}) \dots$ e $(C_{k,0}, \dots, C_{k,I})$, $i \neq k$, são independentes há que subdividir os fatores individuais em dois conjuntos, com os mais e os menos elevados, em cada ano de desenvolvimento j e observar se existem diagonais na matriz de desenvolvimento, nas quais exista uma supremacia de elementos de um dos conjuntos. O conjunto L engloba os fatores de desenvolvimento mais elevados em cada ano de desenvolvimento e, o conjunto S pelos mais baixos. De salientar que ambos os conjuntos têm de ter o mesmo número de elementos em cada ano de desenvolvimento sendo que, nos anos que se verifica um número ímpar de fatores de desenvolvimento ignora-se o fator de valor mediano.

<i>Per. Ocor.</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2007	4	6	4	4	5	4	3	1	1	
2008	1	7	5	5	4	3	2	2		
2009	8	5	7	3	3	2	1			
2010	7	1	3	6	2	1				
2011	5	3	6	1	1					
2012	3	2	2	2						
2013	9	4	1							
2014	6	8								
2015	2									
2016										

Tabela I.3: Matriz R^*

<i>Per. Ocor.</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2007	S	L	*	L	L	L	L	S	*	
2008	S	L	L	L	L	L	*	L		
2009	L	L	L	S	*	S	S			
2010	L	S	S	L	S	S				
2011	*	S	L	S	S					
2012	S	S	S	S						
2013	L	S	S							
2014	L	L								
2015	S									
2016										

Tabela I.4: Conjunto a que pertence $\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$

Atendendo à hipótese que se pretende testar, S_j e L_j seguem a distribuição Binomial($z = L_j + S_j, p = 0.5$).

Assim, assumindo uma aproximação à distribuição Normal, não se rejeita a hipótese de independência com nível de significância α , se a variável $Z = \sum_{j=0}^I Z_j$ se situar dentro do intervalo,

$$\left[E(Z) - \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{Var(Z)} ; E(Z) + \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{Var(Z)} \right] \quad (I.1)$$

sendo os dois primeiros momentos dados por:

$$E(Z_j) = \frac{z}{2} - C_m^{z-1} \frac{z}{2^z} \quad (I.2)$$

$$Var(Z_j) = \frac{z(z-1)}{4} - C_m^{z-1} \frac{z(z-1)}{2^z} + E(Z_j) - [E(Z_j)]^2 \quad (I.3)$$

onde m é o inteiro, aproximado por defeito, de $\left(\frac{z-1}{2}\right)$.

Desta forma, tem-se para a variável Z ,

$$E(Z) = \sum_{j=0}^{I-1} E(Z_j) = \sum_{j=0}^{9-1} E(Z_j) = 12,94 \quad (I.4)$$

$$Var(Z) = \sum_{j=0}^{I-1} Var(Z_j) = \sum_{j=0}^{9-1} Var(Z_j) = 3,97 \quad (I.5)$$

Então,

j	$S(j)$	$L(j)$	$Z(j)$	z	m	$E(Z(j))$	$V(Z(j))$
0	1	0	0	1	0	0,00	0,00
1	1	1	1	2	0	0,50	0,25
2	0	2	0	2	0	0,50	0,25
3	0	4	0	4	1	1,25	0,44
4	1	3	1	4	1	1,25	0,44
5	4	2	2	6	2	2,06	0,62
6	1	5	1	6	2	2,06	0,62
7	6	1	1	7	3	2,41	0,55
8	6	2	2	8	3	2,91	0,80
				8		12,94	3,97

Tabela I.5: Momentos da variáveis Z_j e Z

Dado que $Z = 8$ pertence ao intervalo de confiança a 99%, $]7,80 ; 18,07[$, não se rejeita a hipótese de independência entre os anos de ocorrência.

Anexo I.10: Teste de *Spearman*

O teste de *Spearman* reside na verificação da inexistência de correlação entre os fatores de desenvolvimento. Será considerada a LoB Responsabilidade Civil.

<i>Per. Ocor.</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2007		1.58	1.01	1.12	1.00	1.00	1.00	1.07	1.00	1.00
2008		1.51	1.10	1.06	1.12	1.00	1.00	1.00	1.00	
2009		1.63	1.08	1.06	1.02	1.00	1.01	1.00		
2010		1.61	1.04	1.04	1.00	1.01	1.00			
2011		1.58	1.01	1.02	1.00	1.02				
2012		1.55	1.01	1.02	1.08					
2013		1.83	1.09	1.07						
2014		1.60	1.04							
2015		1.52								
2016										

Tabela I.6: Fatores de Desenvolvimento individuais $\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$

Recorre-se ao teste *Spearman* o qual inicia-se com a construção das matrizes R e S tais que:

- Para a R, considerando um ano de desenvolvimento fixo $j, 1 \leq j \leq I - 1$, ordena-se por ordem crescente os correspondentes fatores individuais $\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}, 0 \leq i \leq I - j - 1$ denotando por $r_{i,j}$ o número de ordem atribuído ao fator de desenvolvimento individual $\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} = \hat{f}_{i,j}$
- Para a S, considera-se o mesmo procedimento. Denota-se por $s_{i,j}$ o número de ordem atribuído ao fator de desenvolvimento individual precedente, $\frac{C_{i,j}}{C_{i,j-1}} = \hat{f}_{i,j-1}$.

<i>Per. Ocor.</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2007	2	7	1	2	3	3	2	1		
2008	8	4	6	1	2	1	1			
2009	6	5	4	3	4	2				
2010	4	3	3	4	1					
2011	3	1	2	5						
2012	1	2	5							
2013	7	6								
2014	5									
2015										
2016										

Tabela I.7: Matriz R

<i>Per. Ocor.</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2007	3	2	6	1	2	2	2	1		
2008	1	7	4	5	1	1	1			
2009	7	5	5	4	3	3				
2010	6	4	3	3	4					
2011	4	3	1	2						
2012	2	1	2							
2013	8	6								
2014	5									
2015										
2016										

Tabela I.8: Matriz S

Seguidamente, estima-se o coeficiente de correlação de *Spearman*, T_j , que apesar de dar simplesmente uma aproximação, tem a vantagem de não assumir qualquer distribuição para os dados. Considere-se $N = 9$.

$$T_j = 1 - 6 \sum_{i=0}^{I-j-1} \frac{(r_{i,j} - s_{i,j})^2}{(I-j)^3 - I - j}, 1 \leq j \leq I-2, -1 \leq T_j \leq 1 \quad (\text{I.6})$$

j	1	2	3	4	5	6	7
T_j	0,31	0,29	-0,14	-0,40	-0,20	0,50	1,00
$V(T_j)$	0,14	0,17	0,20	0,25	0,33	0,50	1,00

Tabela I.9: Coeficiente de Correlação de Spearman

Quanto mais próximo de zero, menor é correlação entre os fatores de desenvolvimento dos anos $j-1$ e j e entre os anos j e $j+1$. Caso contrário, verifica-se a existência de correlação positiva ou negativa.

Na ausência de correlações, tem-se que,

$$\begin{aligned} E(T_j) &= 0, 1 \leq j \leq I-2 \\ \text{Var}(T_j) &= \frac{1}{I-j-1}, 1 \leq j \leq I-2 \\ T &= \frac{\sum_{j=1}^{I-2} (I-j-1)T_j}{\sum_{j=1}^{I-2} (I-j-1)} = \frac{\sum_{j=1}^7 (9-j-1)T_j}{\sum_{j=1}^7 (9-j-1)} = 0,106 \end{aligned} \quad (\text{I.7})$$

$$\text{com, } E(T) = 0 \text{ e } \text{Var}(T) = \frac{1}{\frac{(I-1)(I-2)}{2}} = \frac{1}{\frac{(9-1)(9-2)}{2}} = 0,0357$$

Uma vez que T é estimado pela soma ponderada das variáveis aleatórias T_j 's não correlacionadas e com distribuição aproximadamente Normal, pode-se assumir que a distribuição de T também se aproxima da distribuição Normal. Desta forma, como $T = 0,106$ pertence ao intervalo de confiança de 95% e de 50%,

$$\left[E(T) - \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{\text{Var}(T)}; E(T) + \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{\text{Var}(T)} \right] =]-0,3704 \quad 0,3704[\quad (\text{I.8})$$

e

$$-\frac{0,6745}{\sqrt{\frac{(I-1)(I-2)}{2}}} \leq T \leq \frac{0,6745}{\sqrt{\frac{(I-1)(I-2)}{2}}} = -0,1275 \leq T \leq 0,1275 \quad (\text{I.9})$$

então não se rejeita a hipótese de ausência de correlações entre os fatores de desenvolvimento individuais.

Anexo I.11: Código R

```
#Verificar a Hipótese M1.i do Risco de Prêmios através da regressão linear
fit=lm(Yprem ~ Xprem, data=Input) #com intercept
fit1=lm(Yprem ~ 0 + Xprem, data=Input)#sem intercept
plot(Xprem,Yprem)
abline(fit, col="blue"); abline(fit1, col="green")
legend("bottomright", legend=c("val. observados", "com intercept", "sem intercept"),
      lty=c(NA,1,1), col=c(1,4,3), bty="n", pch=c(1,NA,NA))

#Verificar a Hipótese M1.ii do Risco de Prêmios através da regressão
Y1=as.numeric(MPI_RC[1,]) | ... | Y10=as.numeric(MPI_RC[10,])
VarY=c(var(Y1),var(Y2),var(Y3),var(Y4),var(Y5),var(Y6),var(Y7),var(Y8),var(Y9),var(Y10))
X2=(Xprem)^2
fitt=lm(VarY ~ X2)#com intercept | fitt1=lm(VarY ~ 0 + X2)#sem intercept

#Verificar a Hipótese M1.iii do Risco de Prêmios através dos testes à Normalidade e análise gráfica
y=as.numeric(log(Yprem))
Kolmog=ks.test(y, "pnorm", miu, sd); Shapiro=shapiro.test(y)
library(goftest)
Cramer=cvm.test(y, "pnorm", miu, sd)
hist(log(Yprem),xlab="ln(Y)",ylab="Frequência", ylim =c(0,5), border = "darkblue" )
x=0:10000 | curve(dnorm(x,mean=miu,sd=sd),col=1,lty=2,lwd=1,add =TRUE)
qqnorm(y);qqline(y)

plot(Mack) #Verificar as hipóteses de M2 do Risco de Provisões (numa primeira análise)
#Verificar M2.ii do Risco de Prov. através do teste à autocorrelação dos fatores de desen. individuais
i=1 | fit2=lm(ts(DI[i])~ 0 + ts(DI[i+1])) | acf(fit2$residuals)
Box.test(fit2$residuals, lag = 2, type ="Ljung-Box", fitdf = 0)

#Verificar a Hipótese M2.iii do Risco de Provisões através da regressão linear entre os MPA esperados
f=Mack$f
j=1 | Y=MPA[1:10,j+1] | X=MPA[1:10,j]
fit=lm(Y ~ 0 + X)#sem intercept | fit1=lm(Y ~ 1 + X)#com intercept
Ai1=X | Ai2=Y | plot(Ai1,Ai2)

#Verificar a Hipótese M2.iv do Risco de Provisões através do gráfico dos resíduos ponderados
Ai0=c(rep(0, 10)) | Ai1=c(rep(0, 10))
j=1 | for (i in 1:10){
  Ai0[i]=TMack[i,j]
  Ai1[i]=(TMack[i,j+1]-(TMack[i,j]*Mack$f[j]))/(sqrt(TMack[i,j])) }
Ai0; Ai1
plot(Ai0,Ai1); abline(h=0)
```

```
#Resolução do Método 1 do Risco de Prêmios para RC
```

```
T=length(Xprem); c=1; Xbar=mean(Xprem); lZ=log(Yprem/Xprem)
```

```
sigma=function(delta,gama){
```

```
  p= 1/(log(1+((1-delta) * (Xbar/Xprem) + delta) * exp(2*gama)))
```

```
  exp(gama + (((T/2) + sum(p*lZ) ) / (sum(p))))
```

```
}
```

```
veros=function(par){
```

```
  delta=par[1]
```

```
  gama=par[2]
```

```
  p= 1/(log(1+((1-delta) * (Xbar/Xprem) + delta) * exp(2*gama)))
```

```
  sigma=exp(gama + (((T/2) + sum(p*lZ) ) / (sum(p))))
```

```
  u=lZ + (1/(2*p)) + gama - log(sigma)
```

```
  sum(p*(u^2)) - sum(log(p))
```

```
}
```

```
library(stats)
```

```
min=optim(par=c(0.5,25), fn=veros, method = "L-BFGS-B",lower = c(0,-Inf), upper = c(1,Inf),
```

```
  control=list( trace=TRUE, REPORT=100000) ); min
```

```
delta=print(min$par[1])
```

```
gama=print(min$par[2])
```

```
sigma=print(sigma(delta,gama))
```

```
sigma_prem_EIOPA=0.14
```

```
net=0.14*0.8
```

```
sigmaUSP_prem_s=c*sigma*sqrt((T+1)/(T-1)) + (1-c)*net
```

```
#Resolução do Método 1 do Risco de Provisões para RC
```

```
T=length(Yres)
```

```
c=0.34
```

```
(...) #idêntico ao M1 substituindo os inputs
```

```
sigma_res_EIOPA=0.11
```

```
sigmaUSP_res_s=c*sigma*sqrt((T+1)/(T-1)) + (1-c)*sigma_res_EIOPA
```

```
#Resolução do Método 2 do Risco de Provisões para RC
```

```
library(ChainLadder)
```

```
Mack=MackChainLadder(Triangle=MPA, tail=FALSE, est.sigma="Mack");Mack
```

```
R=print(sum(summary(Mack)$ByOrigin$IBNR))
```

```
RMSEP=print(Mack$Total.Mack.S.E)
```

```
c=1; sigma_res_EIOPA=0.11
```

```
sigmaUSP_res_s=c*(RMSEP/R) + (1-c)*sigma_res_EIOPA
```